



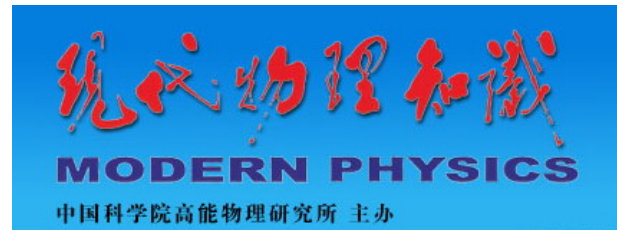
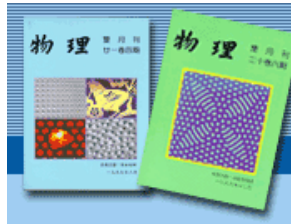
How Physics comes to Sing in mathematical tune

楊 信 男
台大物理系

2014 年 6 月 10日 台灣大學物理系

緣起

- 2005 年底開始翻譯每月出刊的《美國物理學會通訊》（*APS News*）
自 2000 年 3 月起，開闢之〈本月物理史〉的專欄，
刊登於「物理雙月刊」及「現代物理知識」



- 2009 年底將已翻成之 50 篇集結成冊，《物理奇才奇事》
由五南圖書公司出版，即將出增訂版，有 100 篇

七十多年前一本科普书《神秘的宇宙》迷住了一个初中学生，后来更影响了他人的人生轨迹。相信这本科普书《物理奇才奇事》也会迷住许多今天的年青人，增进他们的知识，扩大他们的视野，甚至还会影响其中一些人的的人生轨迹。— 杨振宁 —



《神秘的宇宙》by Jeans, James H., Sir

Rayleigh–Jeans law : $B_{\lambda}(T) \sim \lambda^{-4}$ for black-body radiation
(valid at large λ)

2008 年秋季開始開課「物理史」，主要參考資料為

- R.G. Newton, “From Clockwork to Crapshoot: a history of physics”, Harvard University Press, Cambridge, Mass. 2007
- Encyclopedia Brittanica
- Wikipedia

希望能寫一本學術性的「物理史」書籍

- **European Physical Journal H:**
EPJ H addresses the **history of physics**
primarily from the perspective of physics and physicists .
- **Genoa U.** 有治「物理史」的教授

What is history ?

- Encyclopedia Britannica -

- History, the discipline that studies the **chronological record of events**,

based on

1. a **critical examination** of source materials and usually

2. presenting an explanation of their causes.

科學思想發展前後之間的關係，與政治、經濟、宗教、文化等之間的關係

Babylon (2300 - 330 BC)

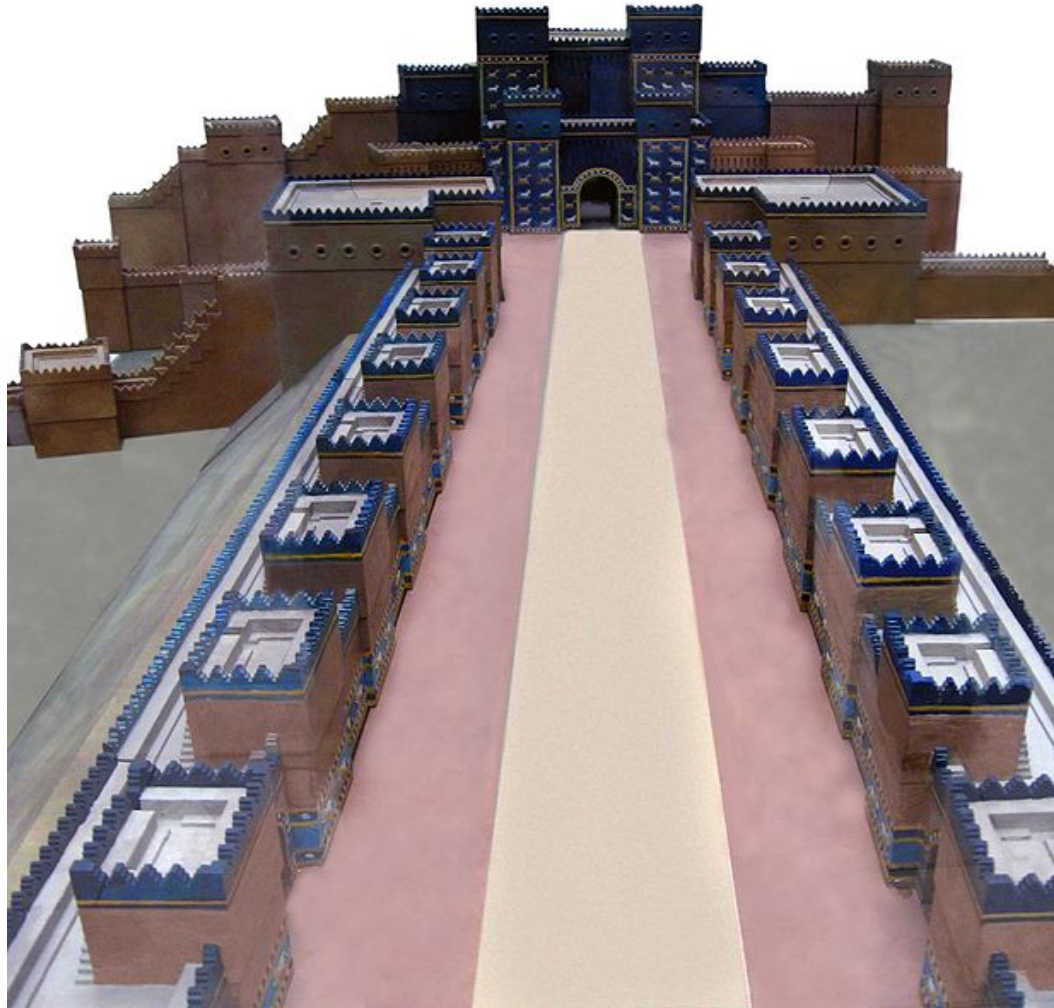
巴比倫古城的發掘

- 最早 1811 由英人 Claudius James Rich 開始
- 德國的 German Quintal Society 於 1899 年由 Kaldewey 領導進行大規模的發掘工作，直至 1917 年。伊拉克政府在 1958 年開始重建巴城的重要寺廟 Ishtar Gate, Processional Way 及皇宮



German empire
(1871-1918)

- 2003 年的伊拉克戰爭讓遺址及古物受到極大的破壞



**Model of the main procession street (*Aj-ibur-shapu*) towards Ishtar Gate
(~ 1100 BC)**

Ishtar Gate

- Ishtar Gate 於
1930 年
正式在柏林
Pergamon Museum 展
出



Processional Way (~1100BC)



Hanging Gardens of Babylon 空中花園

(~ 800 - 600 BC)



巴比倫代數 (2000 - 1600 BC)

(有出土泥塊為證)

- 六十進位
- 數字加減
- 乘法利用平方表
- 除法利用倒數表
- 近似開根號方法
- 已知使用畢氏定理

		
2,27	squared is	6,0,9

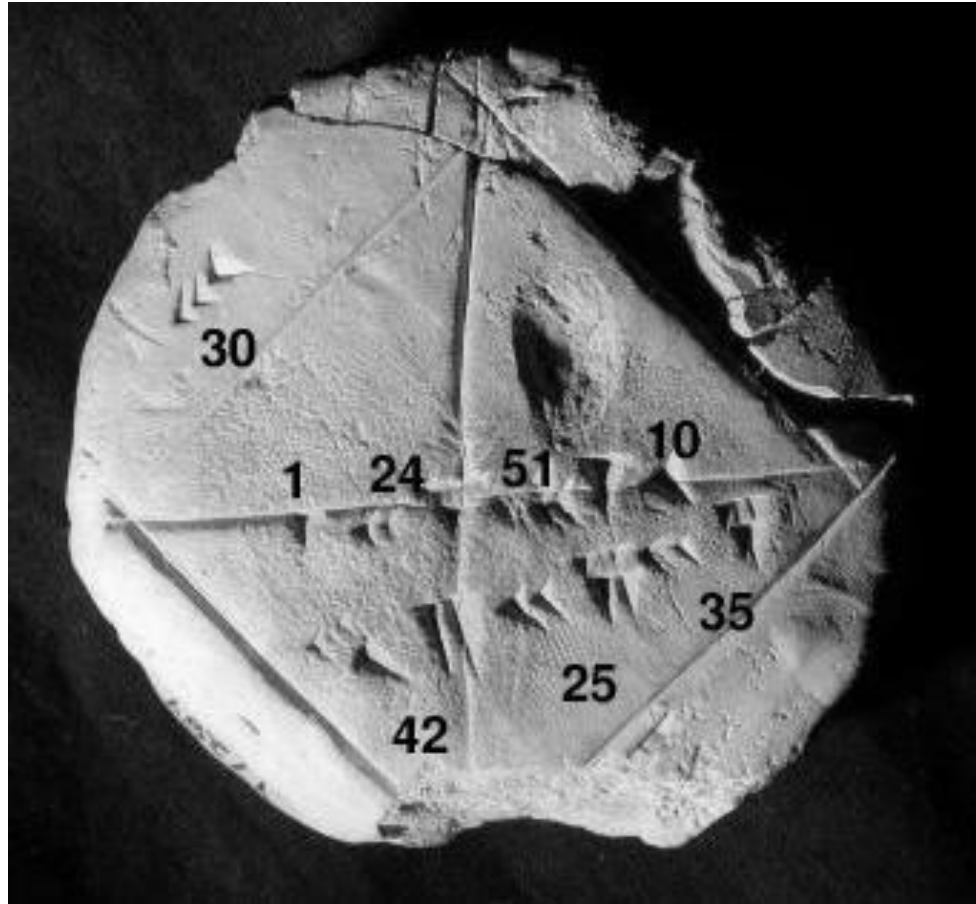
$$\begin{aligned} & [2 \times (60)^1 + 27]^2 \\ &= 6 \times (60)^2 + 0 \times (60)^1 + 9 \\ &= 21,609 \end{aligned}$$

根號2

$$1 + \frac{24}{60} + \frac{51}{60^2} + \frac{10}{60^3}$$

= 1.41421**296**...

1.41421**3562**...



現存於耶魯大學

巴比倫天文成就

- 大量觀察
- 數學分析
- 以系統化方法精準預測天文現象
 - 預測新月出現時間

希臘的奇蹟

(700 – 30 BC)

Thales 泰利斯 (Miletus)

624 BC ~ 548/545 BC

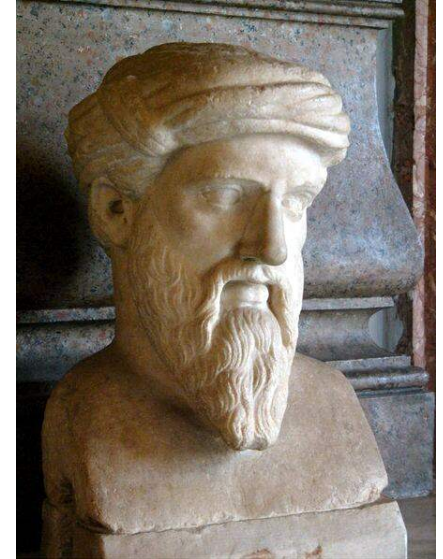


- 出生於小亞細亞瀕愛琴海的 Miletus
- 世稱古代 Seven Wise Men 之一
- 據傳
 - 幾何知識豐富，能夠測出埃及金字塔的高度以及船隻離岸的距離
 - 正確預測到 May 28, 585 BC 發生的日蝕，並讓 Lydia 的 Alyattes 王與 Media 的 Cyaxares 王之間戰爭停止並和解
 - 有人如羅素，認為他是“科學之父”

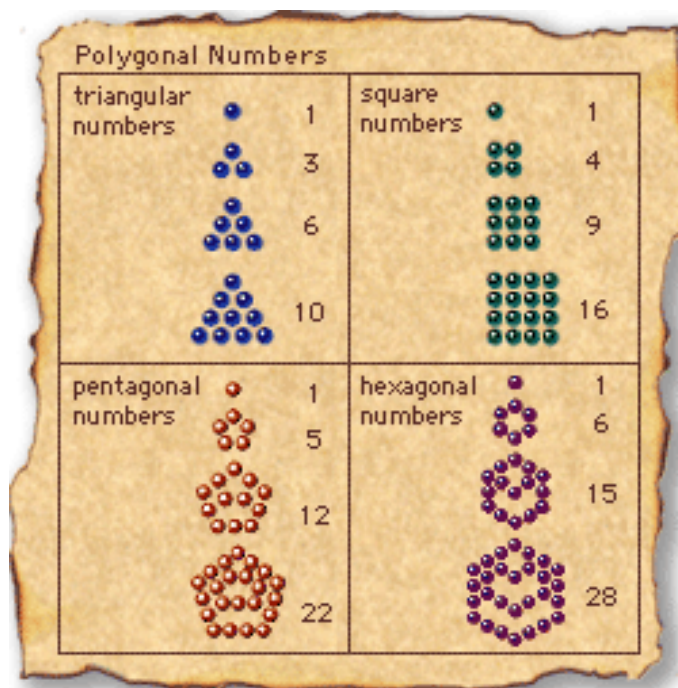
Pythagoras 畢達哥拉斯 (Samos, Asia Minor)

580/572 BC ~ 500/490 BC

- 畢氏定理
- 因為球、圓均為最理想的形狀
 - ➡ 提出地球為圓的
 - ➡ 星球作圓周運動
- 發現弦長之比例為 12:9:8:6 時發出諧音(聲學的先驅) – 數學物理之始?
- 主張比例扮演一神秘角色



- 主張世界上一切現象的本質，包括音樂和天文，都是數字 (數學)



© 2000 Encyclopædia Britannica, Inc.

- 畢達哥拉斯學派發現 $\sqrt{2}$ 不是有理數

Plato 柏拉圖 (Athens or Aegina, Greece)

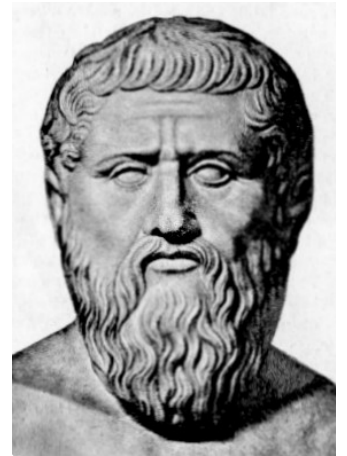
428/427 BC ~ 348/347 BC

n 40 歲 (387 BC) 在雅典近郊設立 **Academy**，
被認為是大學的濫觴。

n Academy 大門上刻著 **“Let no one enter
here who is ignorant of geometry”**

n 天文學就像幾何學一樣。宇宙是一個圓球，
因為它是對稱和完善的。宇宙的運動是一種圓周運動，因
為圓周運動是最完善的

n 宇宙萬物均由火 (fire)、氣 (air)、水 (water)、土
(earth) 及以太 (ether)，5 種元素組成，元素間之比
例：火/氣 = 氣/水 = 水/土

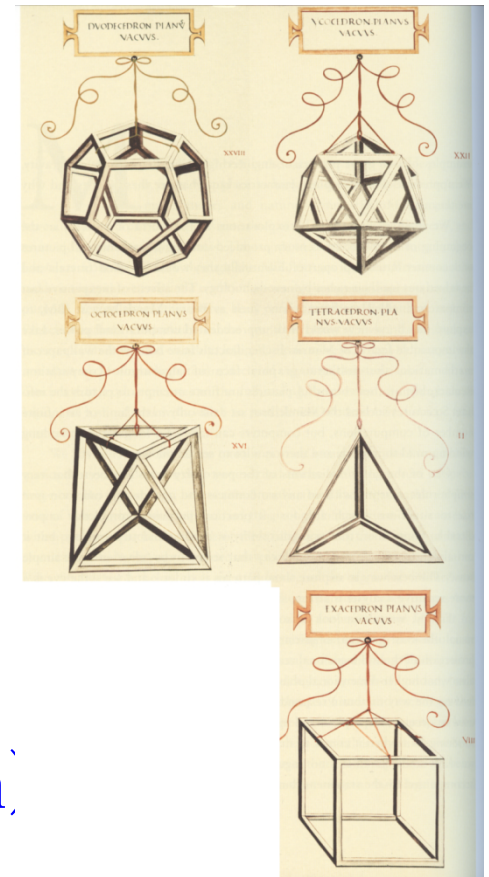


• Platonic Solids

[Plato 在 Timaeus ([/tai'mi:əs/](#))

論及萬物皆由它們組成]

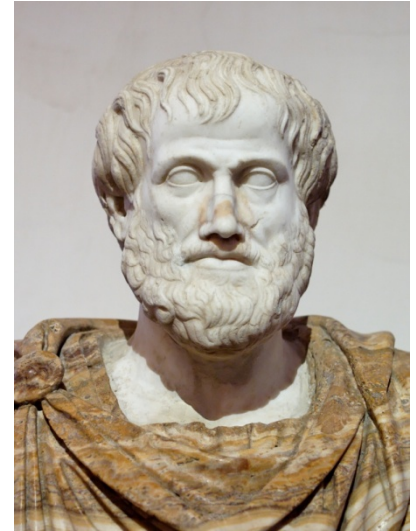
- 火—正四面體 (tetrahedron)
- 氣—正八面體 (octahedron)
- 水—正二十面體 (icosahedron)
- 土—立方體 (cube)
- 以太—正十二面體 (dodecahedron)
每面為正五邊形 (pentagon)
為組成天上物質(黃道十二宮)



宇宙可分為永恆世界與物理世界，物理世界會隨時改變甚或衰敗，只有永恆世界才能由理性加以了解

Aristotle 亞里斯多德

384 BC ~ 322 BC



- Aristotle 在物理、形而上學、心理、倫理以及政治方面都做了許多原創性貢獻，而為西方歷史上最偉大的知識份子之一，他的許多成就直至 19 世紀都無人超越
- 但丁 (Dante) 讚美他為

"The master of those who know"

- 擺脫 Plato 的「理念論」
- 把自然界當做科學研究的客觀對象
- Scientific knowledge must be built up out of demonstrations
- 科學方法
 - 觀察與實驗
 - 歸納
 - 演繹
- 以月球為界，將宇宙分成上、下兩部份。物理的問題主要來自月球之下，月球之上則為天文學的問題
- 月球之下的世界雖然充滿意外與不規則性，但仍有法則可循

亞里斯多德的謬誤

- 以下的謬誤均源自觀察不夠深入，並過度推理而致(主宰歐洲想法近二千年)
 - 重物下墜速度大於輕物
 - 等速須持續推動
 - 落體的速度與其重量成正比 (與一般經驗相符)

The Hellenistic Age 希臘化時代

336 BC ~ 30 BC

- 亞歷山大於 323 年逝世，帝國迅即分裂為三個王國 托勒密、塞流息得、馬其頓
- 146 BC 羅馬佔領了希臘半島
- 30 BC 托勒密王朝被羅馬消滅，開啟羅馬帝國時期

希臘化時代的重要成就

➤ **Archimedes** (290/280 BC~212/211 BC)

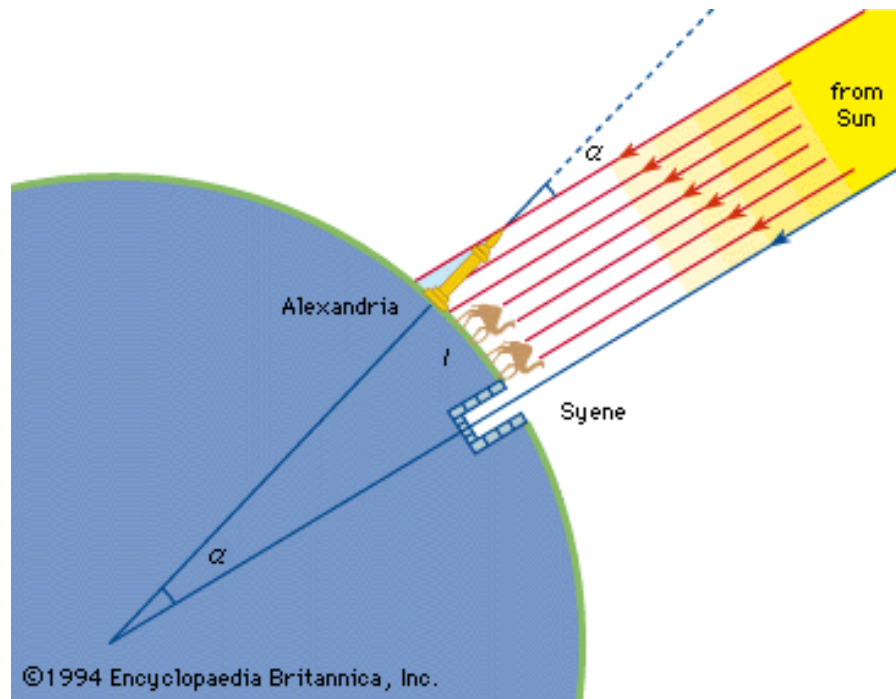
發現浮力原理

➤ **Eratosthenes** (276 BC~194 BC)

測量地球周長

➤ **Euclid** (330 BC~275 BC) 編寫幾何原本

Eratosthenes 測量地球半徑

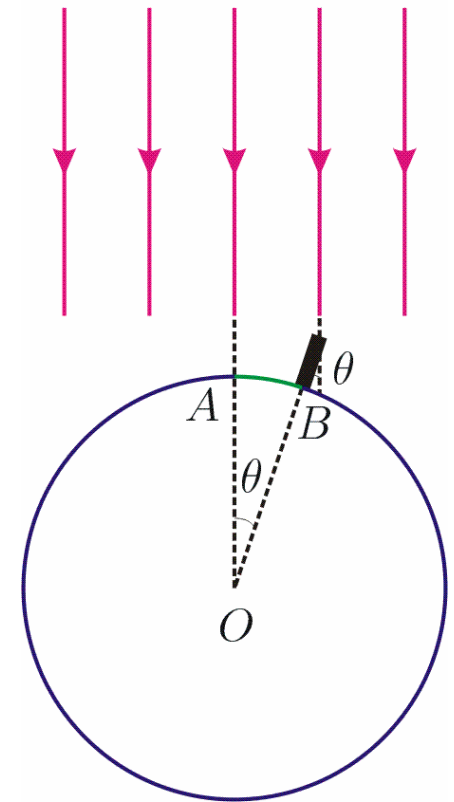


- 夏至正午
- 北回歸線

Eratosthenes 測量地球半徑



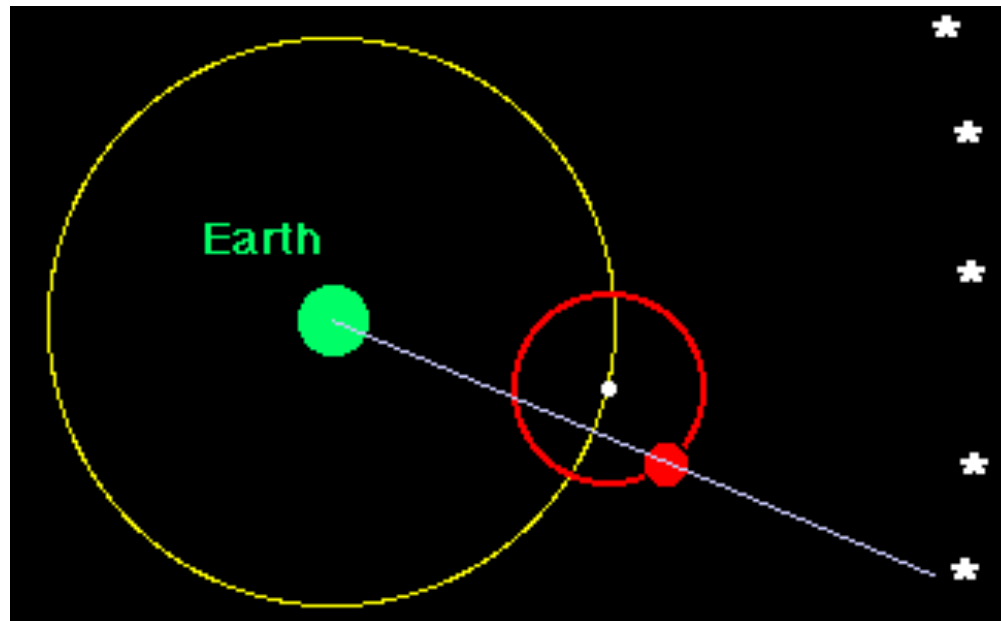
- 角度 7.2 度，圓之 $1/50$
- 以駱駝步伐測量距離
- AB 距離大約為 5,000 stadia
- 地球周長 250,000 stadia
1 stadia $\sim$ 500–600 ft
24000 – 29000 miles
- 現今周長 24900 miles



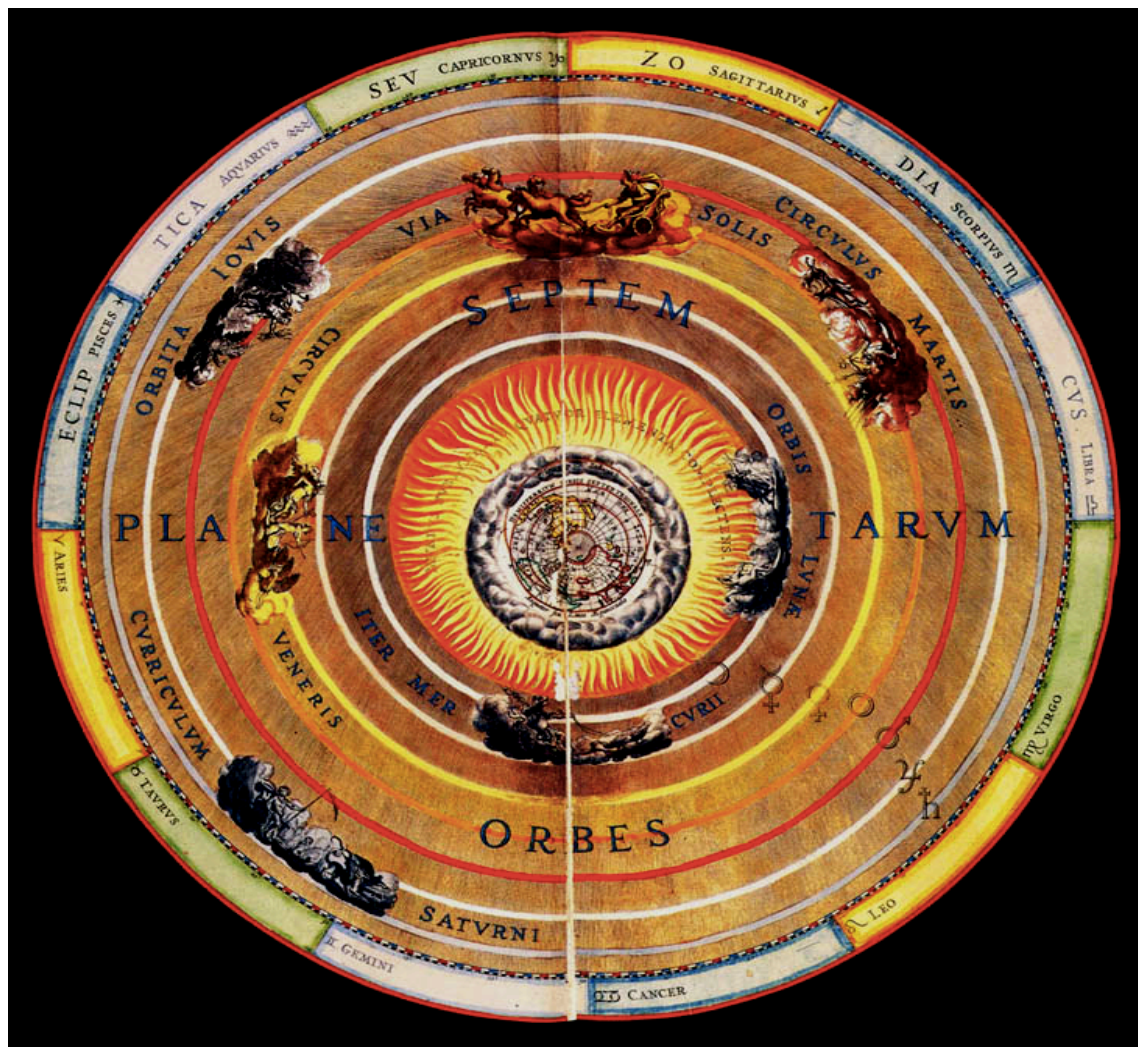
Roma (753BC – 476AD)

- 476年西羅馬被日耳曼人消滅
- 重要的成就
 - *Hero(n) of Alexandria*, *Alexandria, Egypt*
(~10-70 AD) 提出光的直線傳播與反射原理
注意到若光速為有限，則反射定律可視為光希望
尋找最短距離所致，
為後世 *Fermat* 提出之『最短距離原理』的先聲
 - *Ptolemy (Egyptian, 100-170 AD)* 撰寫
 - *Almagest* (天文學大成)

<http://csep10.phys.utk.edu/astr161/lect/rerograde/aristotle.html>



Ptolemy 的宇宙圖



中世紀 (約 500 ~ 1500 AD)

- 西羅馬滅亡 (476 AD) 後，教會成為西歐地區宗教與政治的實際統治組織
- 『黑暗時代』 (Dark Ages)、伊斯蘭教興起
- 1054 年基督教分裂，西歐基督教稱為天主教 (羅馬公教, *Roman Catholic Church*)，東方則稱為希臘正教 (*Greek Orthodox Church*)
- 1453 年拜占廷 (東羅馬帝國) 被鄂圖曼帝國併吞

The Contribution of Islamic World

- 植根於希臘科學，重點在數學、天文、醫學、光學和化學
- 其科學發展偏向實用，較少純粹理論探討

歐洲社會在 11-14th 世紀的變化

- 十字軍東征、教廷聲望受挫
- 歐洲古典學術 (希臘羅馬) 重新被認識
- 大學如雨後春筍般出現
 - 學術活動大增、專業化程度提升、
 - 世界觀 的擴大

14 世紀科學家科學家開始敢於挑戰亞里斯多德的觀點
，要如何解釋石頭離開手以後，仍會持續飛行一段時間？

- 英國和法國的數學家，在 14 世紀開始研究等
加速度運動
- 1330's, Merton College of Oxford 的數學家提出
總位移 = 時間 * 時間中點的速度

$$s \text{ (distance)} = t \text{ (time)} \times \bar{v} \text{ (velocity at midpoint)}$$

這個結果被稱為

Merton acceleration theorem

文藝復興 (Renaissance) 14-16世紀

代表人物：

- 文學：Dante (但丁), Boccaccio (薄伽丘),
Petrarch (佩脫拉克)
- 藝術：Leonardo da Vinci,
Michelangelo, Raphael
- 科學：Copernicus, Kepler, Galileo

Johannes Kepler, Weil, Württemberg

Dec. 27, 1571 – Nov. 15, 1630

1594 年應聘赴 Graz 一小路德學校任教，
一次上課時突然得到靈感

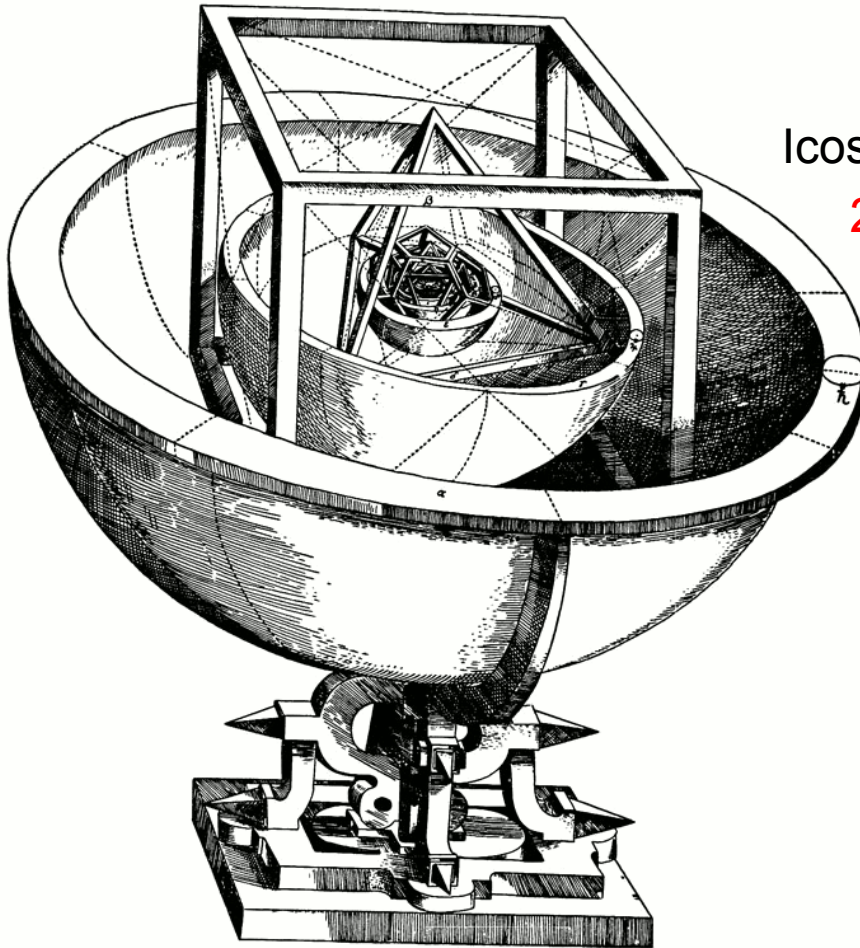
- 提出由五個 Platonic solid 的內外切球組成的宇宙模型，認為這幾個內外切球半徑的比例就是六個行星的軌道的比

一個上帝偉大的傑作

他如是寫信給他的老師 Maestlin : ” I wanted to become a theologian; for a long time I was restless. Now, however, behold how through my effort god is being celebrated in astronomy”

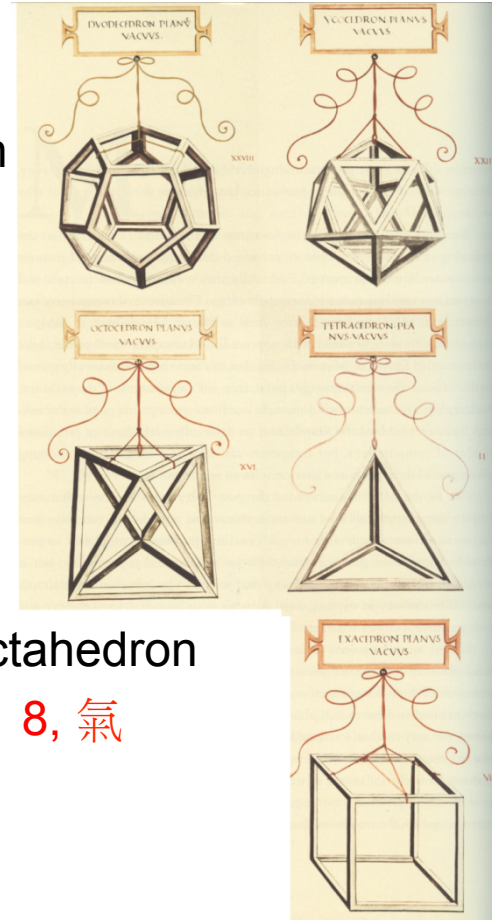


Kepler's cosmo model in 1596



Icosahedron
20, 水

6, 4, 12, 20, 8



Icosahedron
12, 土

tetrahedron
4, 火

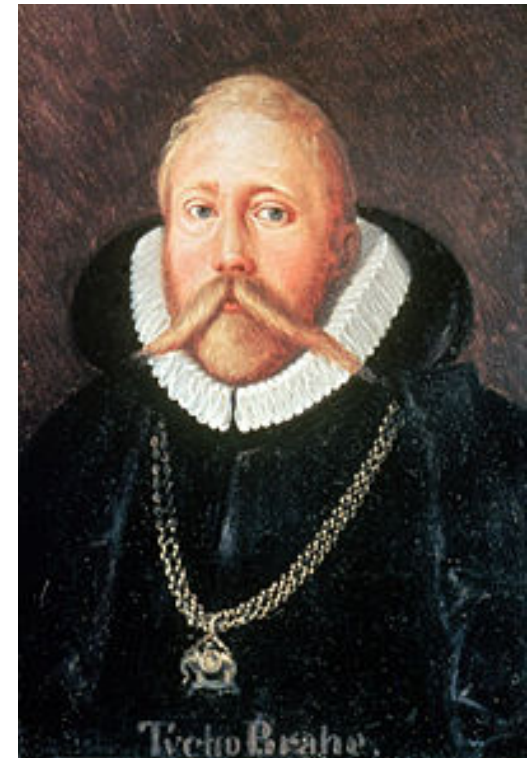
Octahedron
8, 氣

cube
6

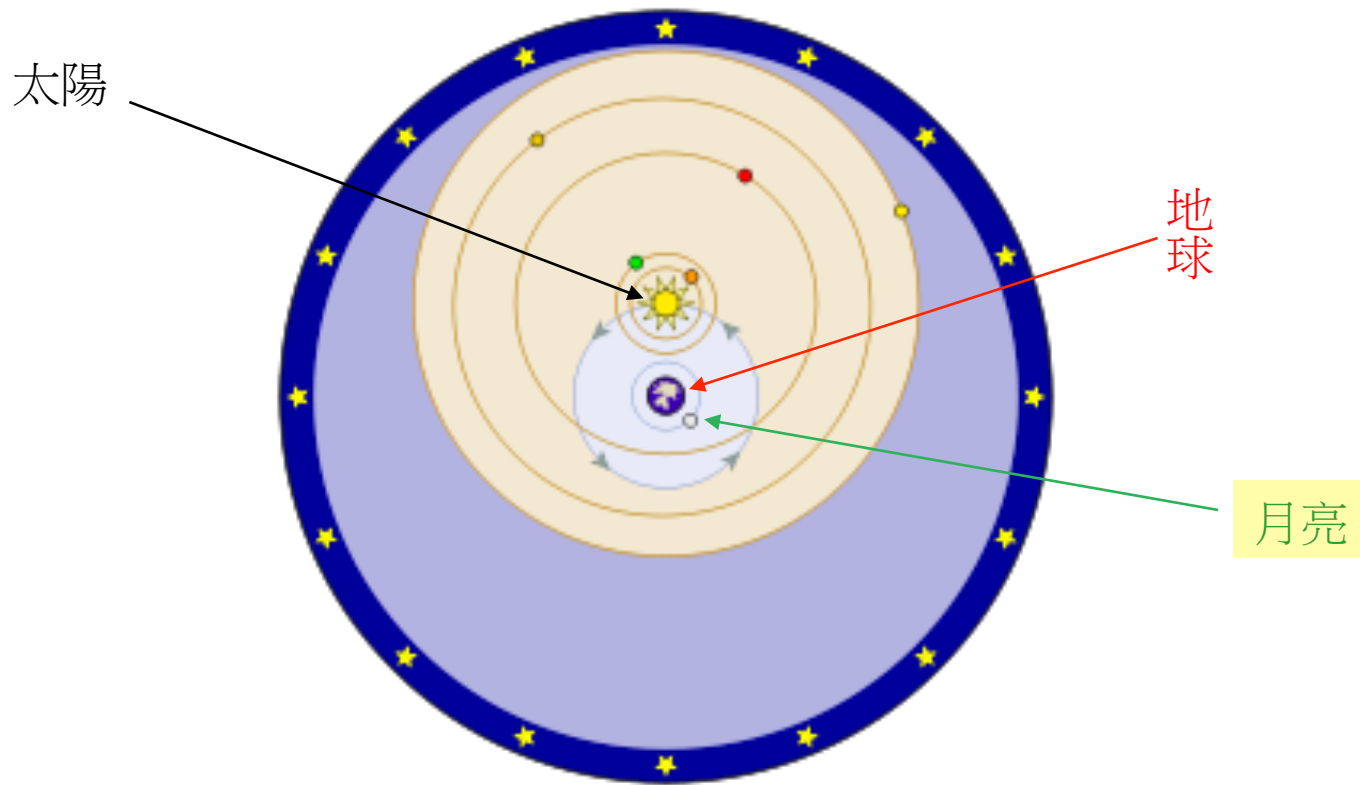
Tycho Brahe, Knudstrup, Scania, Denmark (Dec. 14, 1546 – Oct. 24, 1601)

在望遠鏡發明之前，以簡單的儀器
對 777 個星座做了極為完整而精確
的觀測，如

- ✓ 1572 年發現了超新星，顯示「天際」也有不可預測的「亂象」發生
- ✓ 提供 Kepler 發現三大定律的實驗根據以及後來驗證牛頓理論的基礎



Tycho 仍持地心說



In this depiction of the **Tychonic system**, the objects on blue orbits (the moon and the sun) rotate around the earth. The objects on orange orbits (Mercury, Venus, Mars, Jupiter, and Saturn) rotate around the sun. Around all is a sphere of fixed stars

Johannes Kepler, *Weil, Württemberg*

Dec. 27, 1571 – Nov. 15, 1630

- 發現三大定律:

史上第一個將重要
的自然法則，**定量**
的歸納出來

1630 年在 Regensburg 過世。墓碑上刻
著他自己寫的碑文：

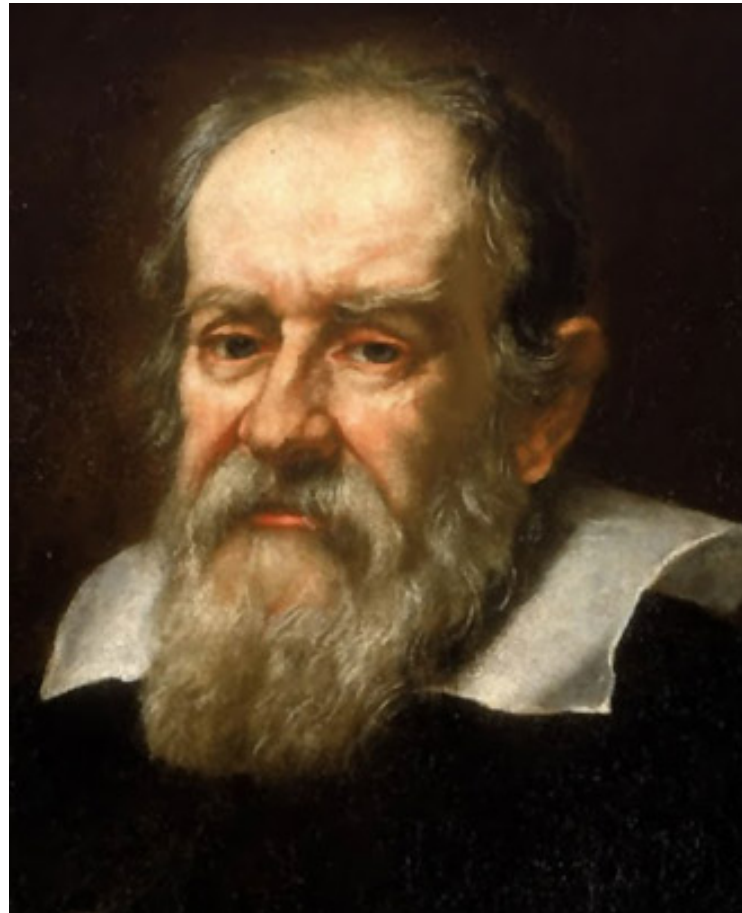
"I used to measure the heavens,
now I shall measure the shadows of
the earth. Although my soul was
from heaven, the shadow of my body
lies here."



Galileo Galilei (伽利略)

Pisa, Italy

Feb. 15, 1564 ~ Jan. 8, 1642



主要研究成果

- ✓自由落體下降的距離與時間的平方成正比
- ✓發射物走拋物線
- ✓透過測量確定擺物的週期固定
- ✓除非受外力，物體運動狀態不變
- ✓相對原理
- ✓發現木星有 4 顆衛星、月球表面並非平滑等

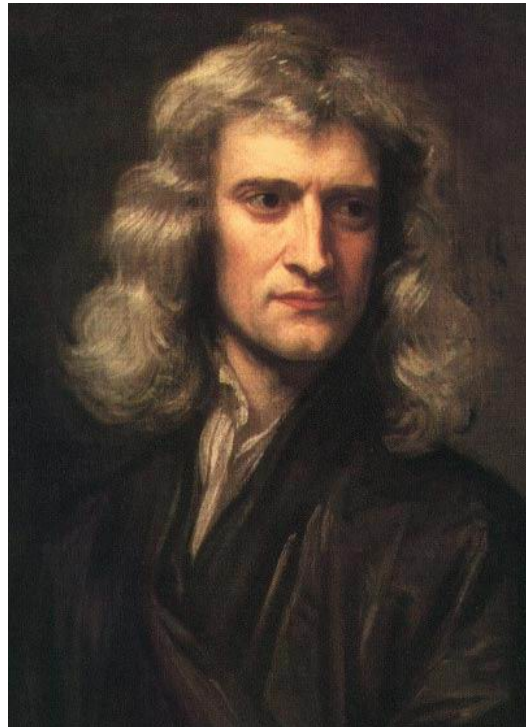
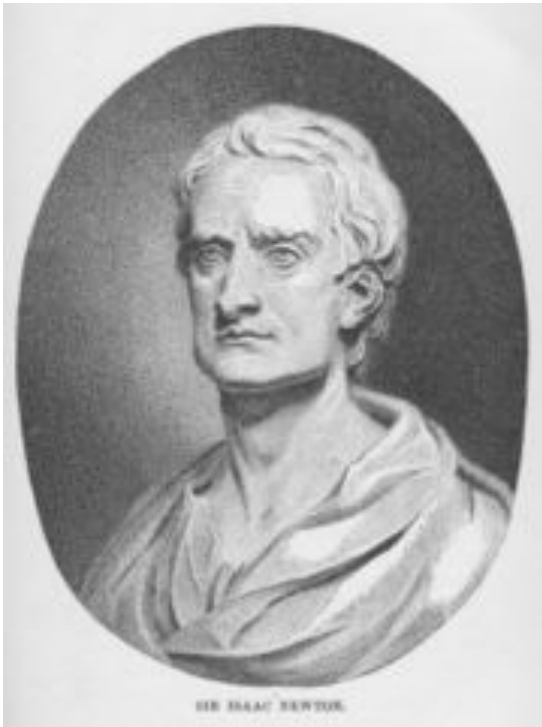
均與亞里
斯多德的
結論相左

famous quote

- Philosophy is written in this **grand book, the universe**, which stands continually open to our gaze. But the book cannot be understood unless one first learns to comprehend the language and need the letters in which it is composed. It is written **in the language of mathematics**, and its **characters are triangles, circles, and other geometric figures** without which it is humanly impossible to understand a single word of it.

Sir Isaac Newton, Lincolnshire, England

December 25, 1642 – March 20, 1727



1689 portrait
(47)



1702 portrait (60)



1712 portrait (70)



Newton's grave in Westminster Abbey

奇蹟年

(anni mirabiles 1664–66)

- 1665 年，牛頓得到學士學位
- 同年，倫敦爆發黑死病，劍橋因而關校兩年
- 這兩年，牛頓在家中發展出了.....
 - 微積分的基礎 — Archimedes' method of exhaustion and infinitesimals of Fermat 的延伸
 - 運動法則
 - 萬有引力律 — 分析圓週運動並應用於月球運動
 - 光學上的一些發現

奇蹟年 (*anni mirabiles 1664-66*)

“by thinking on it continually”

Principia 於 1687 年 7 月 5 日 出版

以數學語言闡述理論

—對微積分、微分方程的大力
研究，高度豐富了力學理論
統一天上與地球上的法則

物理數學的興起

- The Royal Society
在 1660 年 11 月 28 日成立 (King Charles II)
- The French Academy of Sciences 1666
年 12 月 22 日成立 (Louis XIV)

- Daniel Bernoulli, Holland (1700 – 1782)
- Euler, Switzerland (1707 – 1783)
- d'Alembert, France (1717 – 1783)
- Lagrange, Italy (1736 – 1813)
- Laplace, France (1749 – 1827)
- Legendre, France (1752 – 1833)

- Fourier, France (1768 – 1830)
- Hamilton, Ireland (1805 – 1865)
- Gauss, Germany (1777 – 1855)
- Cauchy, France (1789 – 1857)
- Galois, France (1811 – 1832)
- Riemann, Germany (1826 – 1866)

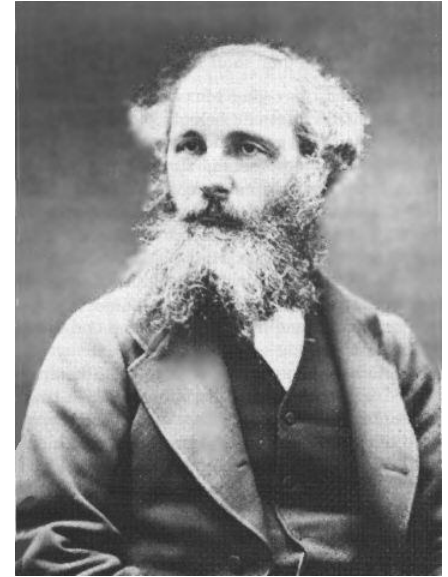
花絮/八卦

- *Johann/Daniel Bernoulli* 父子一直不合。如同時參加巴黎大學科學論文競賽 (同獲首獎)，*Johann* 偷取 *Daniel* 論文，先以 *Hydraulica* 發表等等
- *Euler* 在 1766 年應 *Catherine the Great* 之邀，回 *St. Petersburg* 任科學院院長。但不久即因其一眼白內障而雙眼全部失明 (另一眼原就因長期觀測太陽而失明)
- *Lagrange* 父親(法裔)是 *Sardinia* 國王的財務主管，但在一次投機買賣中傾家蕩產。*Lagrange* 後來說 “*If I had been rich, I probably would not have devoted myself to mathematics*”
- *Laplace* 野心大且唐突，所以人緣不好。與 *Lagrange* 及 *Legendre* 等均不睦。但大家對其才華都沒話說

花絮/八卦

- *Hamilton* 對文學以及形上學有濃厚的興趣，深受康德影響。終生寫詩，是 *Wordsworth* 及 *Coleridge* 的好友。
- *Gauss* 家境貧窮且未受教育。自學閱讀及計數，但在 8 歲即被小學老師發現具超人的數學才能(老師要他從 1 加到 100，*Gauss* 在數分鐘就算出結果，馬上要他跳級。又所由於父親個性怪異，以他自己與其兒子的關係也都不好。加上第一任太太及第一個小孩早逝，因此常悶悶不樂，並多次患憂鬱症。所以很多重要成果均在死後才為人所知
- *Galois* 就讀 *Ecole Normale Supérieure* 期間為一政治狂熱份子，曾發表文章，強烈支持共和。在與人決鬥中死亡〈有稱被送上斷頭臺〉，得年 21 歲。

Maxwell 的位移電流

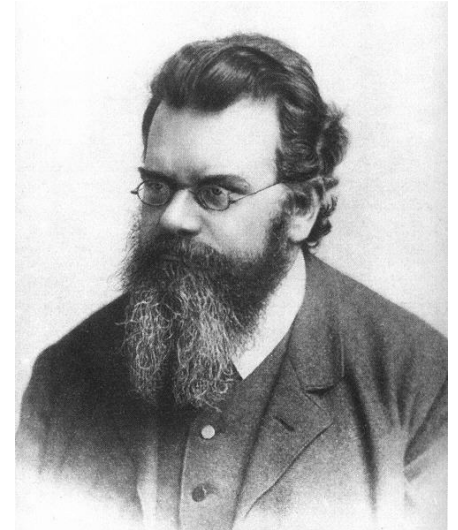


- 1831 年 Faraday 發現『電磁感應』，製造第一部發電機
- 1860 年起，Maxwell 開始致力於找出『電磁感應』的數學表示方式。透過一個“以太”的機械模型，Maxwell 得出在電介質中會出現位移電流，並得出速度幾乎與光速相等的橫波

Boltzmann's formular for entropy

- 1875 年
Lugwig Eduard Boltzmann
提出

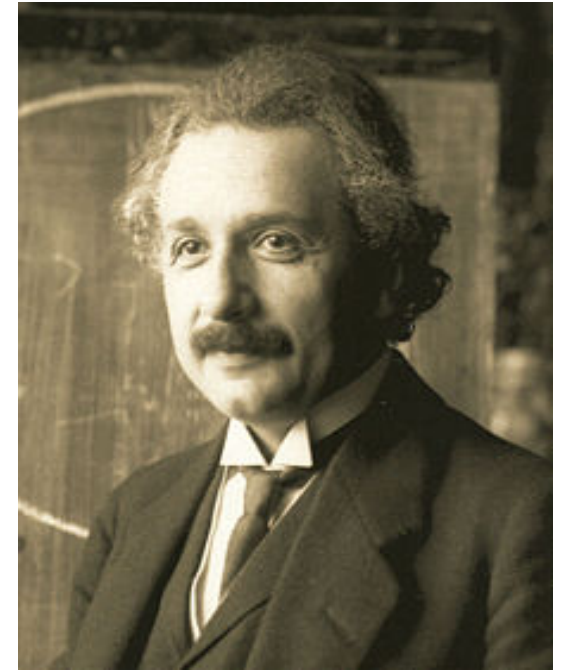
$$S = k \log_e W$$



此公式刻在位於維也納中央公墓
Boltzmann 第二個墓的墓碑上

Einstein

- 特殊相對論
物理法則在 Lorentz 轉換下，
形式應該保持不變
- 廣義相對論
採用 Riemann 幾何



“Politics is for the present,
but
an equation is for eternity”

量子力學

- 矩陣力學

線性代數

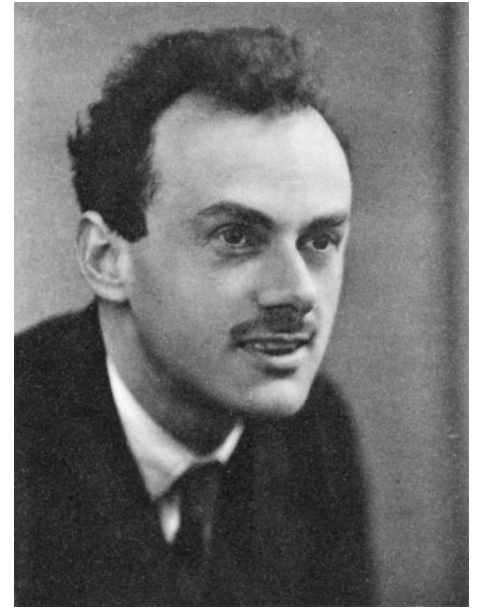


- 波動力學

偏微分方程



Dirac 方程式



- 從簡單的一般性物理原理著手，然後純粹透過數學的推導而得出結論。
- Dirac 自述說：「我的工作中有很多只是在玩方程式，看看可以得到什麼結果。」

“Physical laws should have mathematical beauty”.

今日物理所用到的數學

- 微積分
- 微分方程
- 線性代數
- 複變函數
- 群論
- 機率與統計
- 微分幾何
- Differential forms, Homology, Cohomology, Cohomology, Fiber bundles, Characteristic classes, Index theorems, K-theory, Noncommutative geometry
-