向 量

1. **向量的相等：若** $\overrightarrow{AB}$、$\overrightarrow{CD}$ **相等，則** $|\overrightarrow{AB}|=|\overrightarrow{CD}|$

   且 $\overrightarrow{AB}$、$\overrightarrow{CD}$ **方向相同**

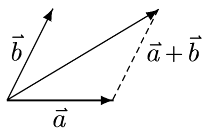
2. **反向量：若** $|\overrightarrow{AB}|=|\overrightarrow{CD}|$**，但** $\overrightarrow{AB}$、$\overrightarrow{CD}$ **方向相反**

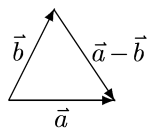
   則 $\overrightarrow{CD}=-\overrightarrow{AB}$**，例** $\overrightarrow{BA}=-\overrightarrow{AB}$

3. **向量加法：平行四邊形法**

   $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AC}$

   $\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{CB}$





4. **向量的係數積：**

   (A)**對於任一向量** $\vec{a}$**，設** r **為實數，把** r **與** $\vec{a}$ **之積**

   記為 $r\vec{a}$**，若** $r>0$, $r\vec{a}$ **與** $\vec{a}$ **同向；**

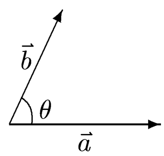
   若 $r<0$, $r\vec{a}$ **與** $\vec{a}$ **反向。**

   $|r\vec{a}|=r|\vec{a}|$

   (B)**若** A、B、C **相異三點共線，存在非零實數** t**，使** $\overrightarrow{AB}=t\overrightarrow{AC}$

5. **向量內積：** $\vec{a}\cdot\vec{b}=|\vec{a}||\vec{b}|\cos\theta$

$$\begin{cases}\vec{a}\cdot\vec{b}=0 \text{ 垂直}\\ \vec{a}\cdot\vec{a}=|\vec{a}|^2\end{cases}$$

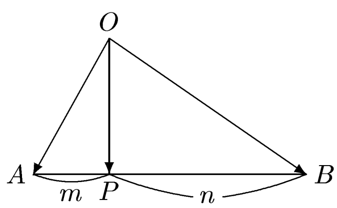


6. **分點公式：**

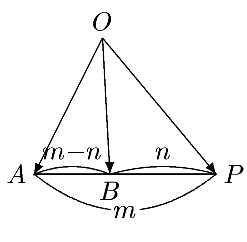
$$\overrightarrow{OP}=\frac{m}{m+n}\overrightarrow{OB}+\frac{n}{m+n}\overrightarrow{OA}$$

$$=\overrightarrow{OA}+\frac{m}{m+n}(\overrightarrow{OB}-\overrightarrow{OA})$$

$$=\overrightarrow{OA}+\frac{m}{m+n}\overrightarrow{AB}$$



$$\overrightarrow{OP}=\frac{m}{m-n}\overrightarrow{OB}+\frac{-n}{m-n}\overrightarrow{OA}$$



7. **三點共線：**A、B、P 三點共線$\Leftrightarrow \overrightarrow{OP}=a\overrightarrow{OA}+b\overrightarrow{OB}$， $a+b=1$

‘ $\Rightarrow$ ” $\overrightarrow{AP}=t\overrightarrow{AB}$

$$\overrightarrow{OP}-\overrightarrow{OA}=t(\overrightarrow{OB}-\overrightarrow{OA})$$

$$\overrightarrow{OP}=(1-t)\overrightarrow{OA}+t(\overrightarrow{OB})$$

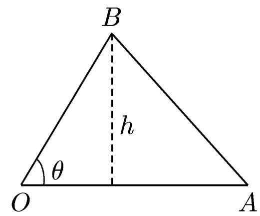
‘ $\Leftarrow$ ” $\overrightarrow{OP}=a\overrightarrow{OA}+(1-a)\overrightarrow{OB}\quad (a\neq 0)$

$$\overrightarrow{OP}=a(\overrightarrow{OA}-\overrightarrow{OB})+\overrightarrow{OB}$$

$$\overrightarrow{OP}-\overrightarrow{OB}=a(\overrightarrow{OA}-\overrightarrow{OB})$$

$$\overrightarrow{BP}=a\overrightarrow{BA}$$

8. **三角形面積公式**

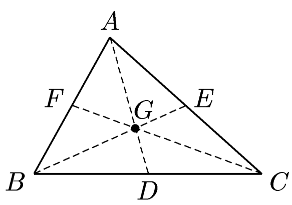


$$\frac{1}{2}|\overrightarrow{OA}|\cdot h=\frac{1}{2}|\overrightarrow{OA}||\overrightarrow{OB}|\sin q$$

$$=\frac{1}{2}\sqrt{|\overrightarrow{OA}|^2|\overrightarrow{OB}|^2-(\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB})^2}$$

9. **三角形的重心：**

D，E，F **分別是** $\overline{BC}$， $\overline{AC}$， $\overline{AB}$ **之中點**



(a) $\overrightarrow{AD}=\frac{1}{2}(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC})$

(b) $\overrightarrow{AG}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$

證明： $\overrightarrow{AG}=a\overrightarrow{AD}=\frac{a}{2}(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC})$

$$\overrightarrow{AG}=b\overrightarrow{AE}+(1-b)\overrightarrow{AB}=\frac{b}{2}\overrightarrow{AC}+(1-b)\overrightarrow{AB}$$

$$\frac{b}{2}=1-b\ \Rightarrow b=\frac{2}{3}$$

(c) $\overrightarrow{AG}+\overrightarrow{BG}+\overrightarrow{CG}=\vec{0}$

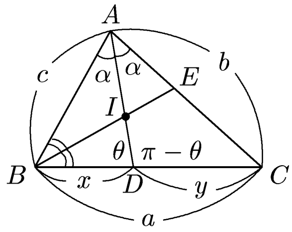
(d) $\overrightarrow{OG}=\frac{1}{3}\overrightarrow{OA}+\frac{1}{3}\overrightarrow{OB}+\frac{1}{3}\overrightarrow{OC}$

10. **三角形的內心：**

正弦定理： $\dfrac{c}{\sin q} = \dfrac{x}{\sin a}$

$\dfrac{b}{\sin(p-q)} = \dfrac{y}{\sin a}$

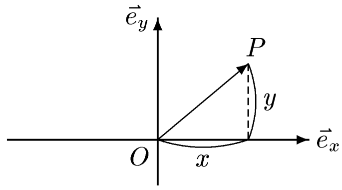
$\Rightarrow x : y = c : b$



$\overrightarrow{AD} = \dfrac{b}{b+c}\overrightarrow{AB} + \dfrac{c}{b+c}\overrightarrow{AC}$

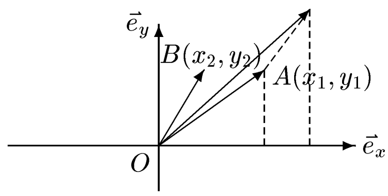
證明： $\overrightarrow{AI} = \dfrac{b}{a+b+c}\overrightarrow{AB} + \dfrac{c}{a+b+c}\overrightarrow{AC}$

11. **平面向量座標表示：**



$\overrightarrow{OP} = x\overrightarrow{e_x} + y\overrightarrow{e_y}$

$= (x , y)$



$\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} = (x_1\vec{e}_x + y_1\vec{e}_y) + (x_2\vec{e}_x + y_2\vec{e}_y)$

$= (x_1 + x_2)\vec{e}_x + (y_1 + y_2)\vec{e}_y$

$\Rightarrow (x_1 , y_1) + (x_2 , y_2) = (x_1 + x_2 , y_1 + y_2)$

∗ $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA} = (x_2 - x_1)\vec{e}_x + (y_2 - y_1)\vec{e}_y$

∗ $|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

∗ $\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{OB} \quad \Rightarrow x_1 = x_2, \; y_1 = y_2$

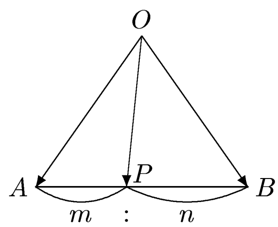
∗ $r\overrightarrow{OA} = rx_1\overrightarrow{e_x} + ry_1e_y = (rx_1 , ry_1)$

∗**單位向量** $|\vec{a}| = 1$

給定任一向 $\vec{b}$, $\quad \hat{b} \equiv \dfrac{\vec{b}}{|\vec{b}|}$ **為單位向量**

12. **分點公式：**

$\overrightarrow{OA} = (x_1 , y_1)$, $\overrightarrow{OB} = (x_2 , y_2)$



P **點在** AB **線上且** $\overline{AP} : \overline{BP} = m : n$

$\overrightarrow{OP} = (\dfrac{mx_2 + nx_1}{m+n}, \dfrac{my_2 + ny_1}{m+n})$

13. **直線的參數式：**

(a)**過點** $P_0=(x_0\ ,\ y_0)$ **且與** $\vec{v}=(a\ ,\ b)$ **平行之直線參數式**

$$\overrightarrow{P_0P}=t\vec{v}\ ,\ \begin{cases} x=x_0+ta \\ y=y_0+tb \end{cases}$$

(b)**過** $P_1(x_1\ ,\ y_1)$, $P_2(x_2\ ,\ y_2)$ **兩點之直線參數式**

$$\overrightarrow{P_1P}=t\overrightarrow{P_1P_2}\ ,\ \begin{cases} x=x_1+t(x_2-x_1) \\ y=y_1+t(y_2-y_1) \end{cases}$$

P **在** ΔABC **內部：** $\overrightarrow{AP}=m\overrightarrow{AB}+n\overrightarrow{AC}$

證明： $m\geq 0,\quad n\geq 0,\quad m+n\leq 1$

14. **向量的內積與夾角：**

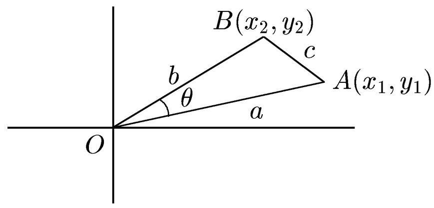
$\vec{a}-\vec{b}=|\vec{a}||\vec{b}|\cos q$

$\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}=ab\cos A=\dfrac{1}{2}(a^2+b^2-c^2)$

$c=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$

$a=\sqrt{{x_1}^2+{y_1}^2},\quad b=\sqrt{{x_2}^2+{y_2}^2}$

$\Rightarrow\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}=x_1x_2+y_1y_2$



若 $\vec{a}=(a_1\ ,\ a_2)$, $\vec{b}=(b_1\ ,\ b_2)$

$\vec{a}\perp\vec{b}\Leftrightarrow\vec{a}\cdot\vec{b}=a_1b_1+a_2b_2=0$**，** $\qquad\vec{a}\,//\,\vec{b}\Leftrightarrow\dfrac{a_1}{b_1}=\dfrac{a_2}{b_2}$

平行四邊形面積：

$|\vec{a}||\vec{b}|\sin A=\sqrt{|\vec{a}|^2|\vec{b}|^2-(\vec{a}\cdot\vec{b})^2}$

$=\sqrt{(a_1^2+a_2^2)(b_1^2+b_2^2)-(a_1b_1+a_2b_2)}$

$=|a_1b_2-a_2b_1|$

15. **柯西不等式：** $-1 \le \cos q \le 1$，$(|\vec{a}||\vec{b}|\cos A)^2 \le |\vec{a}|^2|\vec{b}|^2$

$$(\vec{a}\cdot\vec{b})^2 \le |\vec{a}|^2|\vec{b}|^2$$

$$(a_1b_1+a_2b_2) \le (a_1^2+a_2^2)(b_1^2+b_2^2) \quad \text{等號成立時} \cos q = \pm 1$$

$$\Rightarrow \vec{a} // \vec{b} \text{ 或 } \frac{a_1}{b_1}=\frac{a_2}{b_2}$$

習題： $\dfrac{x^2}{9}+\dfrac{y^2}{16}=1$，**求** $x+y+2$ **之極大值、極小值及** $(x\,,\,y)$ **？**

16. **正射影：** $\hat{a} \equiv \dfrac{\vec{a}}{|\vec{a}|}$

$\vec{a}$ **在** $\vec{b}$ **方向的正射影：** $|\vec{a}|\cos q\ \hat{b} = (|\vec{a}|\cos q)\dfrac{\vec{b}}{|\vec{b}|} = (\dfrac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{|\vec{b}|^2})\vec{b}$

$\vec{a}$ **在** $\vec{b}$ **方向的正射影長** $=|\vec{a}|\cos q = \dfrac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{|\vec{b}|}$

基底： $\vec{a}$, $\vec{b}$ **不垂直**

$$\begin{cases} \vec{a}' = \vec{a} \\ \vec{b}' = \vec{b} - (\dfrac{\vec{b}\cdot\vec{a}}{|\vec{a}|^2})\vec{a} \end{cases} \qquad \vec{b}'\cdot\vec{a}' = 0$$

$$\begin{cases} \vec{a}'' = \dfrac{\vec{a}'}{|\vec{a}'|} \\ \vec{b}'' = \dfrac{\vec{b}'}{|\vec{b}'|} \end{cases}$$

柯西不等式另一個證法： $|\vec{b}'|^2 \ge 0 \qquad |\vec{b} - (\dfrac{\vec{b}\cdot\vec{a}}{|\vec{a}|^2})\vec{a}|^2 \ge 0$

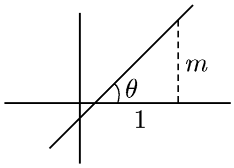
$$|\vec{b}|^2 + \frac{(\vec{b}\cdot\vec{a})^2}{|\vec{a}|^2} - 2\frac{(\vec{b}\cdot\vec{a})^2}{|\vec{a}|^2} \ge 0$$

$$|\vec{b}|^2 - \frac{(\vec{a}\cdot\vec{b})^2}{|\vec{a}|^2} \ge 0$$

$$\Rightarrow |\vec{a}|^2|\vec{b}|^2 \ge (\vec{a}\cdot\vec{b})^2$$

17. **直線的點斜式：**

斜率 $m=\dfrac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$



$$\begin{cases} x=x_1+t(x_2-x_1) \\ y=y_1+t(y_2-y_1) \end{cases} \Rightarrow \frac{(y-y_1)}{x-x_1}=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=m$$

$$(y-y_1)=m(x-x_1)$$

$$m=\tan q$$

$y=mx+b$, $\quad b:y$ **軸截距**

18. **截距式：** $\dfrac{x}{a}+\dfrac{y}{b}=1$

$a:x$ **軸截距**

$b:y$ **軸截距**

19. **法式：法向量：** $\vec{n}:(a\ ,b)$

$$a(x-x_0)+b(y-y_0)=0 \ \Rightarrow\ ax+by+c=0$$

20. **兩直線的夾角：** $\begin{cases} a_1x+b_1y+c_1=0 \\ a_2x+b_2y+c_2=0 \end{cases}$

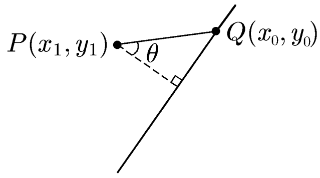
法向量： $\overrightarrow{n_1}=(a_1\ ,b_2) \qquad \overrightarrow{n_2}=(a_2\ ,b_2)$

法向量夾角： $\dfrac{\overrightarrow{n_1}\cdot\overrightarrow{n_2}}{|\overrightarrow{n_1}||\overrightarrow{n_2}|}=\dfrac{(a_1b_1+a_2b_2)}{\sqrt{a_1^2+b_1^2}\sqrt{a_2^2+b_2^2}}$

習題： $\begin{cases} y=m_1x+b_1 \\ y=m_2x+b_2 \end{cases}$**，證明** $\tan q=\left|\dfrac{m_1-m_2}{1+m_1m_2}\right|$。($q$ **為銳角**)

21. **點到直線的距離：**

直線法向式： $ax+by+c=0$



線外一點 $P(x_1\ ,\ y_1)$，**線上一點** $Q(x_0\ ,\ y_0)$

法線方向的單位向量 $\hat{n}=\dfrac{1}{\sqrt{a^2+b^2}}(a\ ,\ b)$

P **點到直線的距離** $d=|\overrightarrow{PQ}\cdot\hat{n}|=|\overrightarrow{PQ}|\cos q$

$$d=\frac{1}{\sqrt{a^2+b^2}}|a(x_1-x_0)+b(y_1-y_0)|$$
$$=\frac{1}{\sqrt{a^2+b^2}}|ax_1+by_1+c|$$

22. **兩平行直線距離：**

$L_1:ax+by+c_1=0$

$L_2:a(x-x_0)+b(y-y_0)=0$

$c_2=-(ax_0+by_0)$

L_1 **到** L_2 **的距離** $\dfrac{|ax_0+by_0+c_1|}{\sqrt{a^2+b^2}}=\dfrac{|c_2-c_1|}{\sqrt{a^2+b^2}}$

23. **角平分線：**

$L_1:a_1x+b_1y+c_1=0$

$L_2:a_2x+b_2y+c_2=0$

$$\frac{|a_1x+b_1y+c_1|}{\sqrt{a_1^2+b_1^2}}=\frac{|a_2x+b_2y+c_2|}{\sqrt{a_2^2+b_2^2}}$$

習題： $\dfrac{|x|}{a}+\dfrac{|y|}{b}\le 1$，**作圖及求面積。**

習題： $|x+y|+|x-2y|\le 3$，**作圖及求面積。**

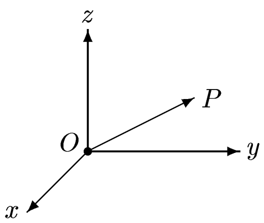
空間中的直線與平面

1. **直線與平面的關係：** $\begin{cases} (a)\ L \text{ 與 } E \text{ 平行} \\ (b)\ L \text{ 與 } E \text{ 相交於一點} \\ (c)\ L \text{ 與 } E \text{ 上} \end{cases}$

2. **決定平面的條件：** $\begin{cases} (a)\ \text{不共線三點} \\ (b)\ \text{一直線與線外一點} \\ (c)\ \text{兩相交直線} \\ (d)\ \text{兩平行線} \end{cases}$

3. **空間中兩相異直線之關係：** $\begin{cases} (a)\ \text{相交於一點} \\ (b)\ \text{兩平行直線} \\ (c)\ \text{兩歪斜線} \end{cases}$

4. **空間座標系：** $\overrightarrow{OP} = a\hat{x} + b\hat{y} + c\hat{z} = (a\,,b\,,c)$



右手座標系

x **軸：正射影點：** $(a\,,0\,,0)$

y **軸：正射影點：** $(0\,,b\,,0)$

z **軸：正射影點：** $(0\,,0\,,c)$

xy **平面：正射影點：** $(a\,,b\,,0)$

5. **兩點間的距離：** $P_1(a_1\,,b_1\,,c_1)$， $P_2(a_2\,,b_2\,,c_2)$

$$\overline{P_1P_2} = \sqrt{(a_1-a_2)^2+(b_1-b_2)^2+(c_1-c_2)^2}$$

$$\overrightarrow{P_1P_2} = \overline{P_1P_2}(\cos a\ ,\cos b\ ,\cos g\,)$$

$a\,,b\,,g$ **分別是** $\overrightarrow{P_1P_2}$ **與** $x\,,y\,,z$ **軸正向的夾角** $(\cos a\,,\cos b\,,\cos g\,)$**，叫方向餘弦。**

$\hat{x} = (1\,,0\,,0)$， $\hat{y} = (0\,,1\,,0)$， $\hat{z} = (0\,,0\,,1)$

$\dfrac{\overrightarrow{P_1P_2}}{|\overrightarrow{P_1P_2}|}$ **是單位向量，** $\hat{x}$ **也是單位向量。**

由向量內積的定義可知兩者之間的內積，其數值為夾角的餘弦。

6. **空間向量的內積：**

(a) $\vec{a}=(a_1\,,a_2\,,a_3)$ $\quad\vec{b}=(b_1\,,b_2\,,b_3)$ $\quad\vec{a}\cdot\vec{b}=|\vec{a}||\vec{b}|\cos\theta$

$$\vec{c}=\vec{a}-\vec{b},\quad |\vec{c}|^2=(a_1-b_1)^2+(a_2-b_2)^2+(a_3-b_3)^2$$
$$|\vec{c}|^2=|\vec{a}|^2+|\vec{b}|^2-2|\vec{a}||\vec{b}|\cos\theta$$
$$2|\vec{a}||\vec{b}|\cos\theta=|\vec{a}|^2+|\vec{b}|^2-|\vec{c}|^2=2(a_1b_1+a_2b_2+a_3b_3)$$
$$|\vec{a}||\vec{b}|\cos\theta=a_1b_1+a_2b_2+a_3b_3$$

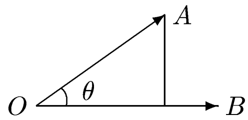
(b) $\cos\theta=\dfrac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{|\vec{a}||\vec{b}|}=\dfrac{(a_1b_1+a_2b_2+a_3b_3)}{\sqrt{a_1^2+a_2^2+a_3^2}\sqrt{b_1^2+b_2^2+b_3^2}}$

(c)**向量的垂直與平行：**

$$\begin{cases}\vec{a}\perp\vec{b}\Leftrightarrow\vec{a}\cdot\vec{b}=0\\ \vec{a}\,//\,\vec{b}\Leftrightarrow\exists\text{ 實數 }k\text{ 使 }\vec{a}=k\vec{b}\Leftrightarrow\dfrac{a_1}{b_1}=\dfrac{a_2}{b_2}=\dfrac{a_3}{b_3}\end{cases}$$

(d)三點共線 $\Leftrightarrow\overrightarrow{AB}\,//\,\overrightarrow{AC}\Leftrightarrow\overrightarrow{AB}=t\overrightarrow{AC}$

7. **空間向量的平行四邊形面積**



$\overrightarrow{OA}=(a_1\,,a_2\,,a_3)$ $\quad\overrightarrow{OB}=(b_1\,,b_2\,,b_3)$

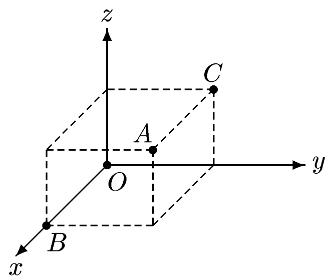
$$|\overrightarrow{OA}||\overrightarrow{OB}|\sin\theta=\sqrt{|\overrightarrow{OA}|^2|\overrightarrow{OB}|^2-|\overrightarrow{OA}|^2|\overrightarrow{OB}|^2\cos^2\theta}$$
$$=\sqrt{(a_1^2+a_2^2+a_3^2)(b_1^2+b_2^2+b_3)^2-(a_1b_1+a_2b_2+a_3b_3)^2}$$
$$=\sqrt{(a_1b_2-a_2b_1)^2+(b_1c_2-b_2c_1)^2+(a_2c_1-a_1c_2)^2}$$

8. **柯西不等式：** $|\vec{a}\cdot\vec{b}|\le|\vec{a}|^2|\vec{b}|^2\Leftrightarrow(\vec{a}\cdot\vec{b})^2\le|\vec{a}|^2|\vec{b}|^2$

$$\Leftrightarrow(a_1b_1+a_2b_2+a_3b_3)^2\le(a_1^2+a_2^2+a_3^2)(b_1^2+b_2^2+b_3^2)$$

等號成立時 $\dfrac{a_1}{b_1}=\dfrac{a_2}{b_2}=\dfrac{a_3}{b_3}$

可推廣到 n **維空間**。



$\overrightarrow{OA}=(1\,,1\,,1)$ $\quad\overrightarrow{OC}=(0\,,1\,,1)$

$\overrightarrow{OB}=(1\,,0\,,0)$ $\quad\overrightarrow{BC}=(-1\,,1\,,1)$

$\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{BC}=1,\ \cos\theta_1=\dfrac{1}{3},\ \theta_1\approx70.5^\circ$

$\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OC}=2,\ \cos\theta_2=\dfrac{2}{\sqrt{3}\sqrt{2}}=\sqrt{\dfrac{2}{3}},\ \theta_2\approx35.3^\circ$

Ex. $2x-6y+3z=28 \quad x, y, z \in R$

求 $(x-1)^2+(y+2)^2+z^2$ **之最小值及此時之** (x, y, z) **？**

$$\{(x-1)^2+(y+2)^2+(z)^2\}\{2^2+(-6)^2+(3)^2\} \geq (2x-6y+3z-1)^2$$

$$\{(x-1)^2+(y+2)^2+z^2\}\{49\} \geq (14)^2$$

$$(x-1)^2+(y+2)^2+z^2 \geq 4$$

成立時， $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+2}{-6}=\dfrac{z}{3}=t$

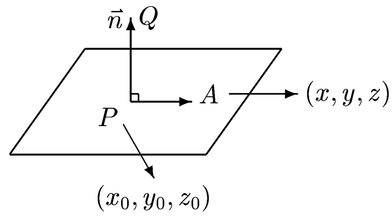
$$2(2t+1)-6(-6t-2)+3(3t)=28$$

$$49t=14,\ t=\frac{2}{7} \quad x=\frac{11}{7},\ y=\frac{-26}{7},\ z=\frac{6}{7}$$

習題： x, y, z **皆為正，** $\dfrac{1}{x}+\dfrac{4}{y}+\dfrac{9}{z}=9$**，求** $x+y+z$ **之最小值及此時** (x, y, z) **？**

9. **平面方程式：**

(a)**點向式：平面** E **過** P **點** (x_0, y_0, z_0)



法向量 $\vec{n}=\overrightarrow{PQ}\cdot(a, b, c)$

$$a(x-x_0)+b(y-y_0)+c(z-z_0)=0$$

(b)**一般式：** $ax+by+cz+d=0$，(a, b, c) **法向量**

(c)**三點式：過** $(a_1, b_1, c_1), (a_2, b_2, c_2), (a_3, b_3, c_3)$ **法向量** $\vec{n}=(n_1, n_2, n_3)$

$$\begin{cases}(a_2-a_1)n_1+(b_2-b_1)n_2+(c_2-c_1)n_3=0\\(a_3-a_1)n_1+(b_3-b_1)n_2+(c_3-c_1)n_3=0\end{cases}$$

$$\{(a_2-a_1)(c_3-c_1)-(a_3-a_1)(c_2-c_1)\}n_1$$
$$+\{(b_2-b_1)(c_3-c_1)-(b_3-b_1)(c_2-c_1)\}n_2=0$$

$$\frac{n_1}{\begin{vmatrix}b_2-b_1 & c_2-c_1\\b_3-b_1 & c_3-c_1\end{vmatrix}}=\frac{n_2}{\begin{vmatrix}c_2-c_1 & a_2-a_1\\c_3-c_1 & a_3-a_1\end{vmatrix}}=\frac{n_3}{\begin{vmatrix}a_2-a_1 & b_2-b_1\\a_3-a_1 & b_3-b_1\end{vmatrix}}=t$$

平面： $n_1(x-a_1)+n_2(y-b_1)+n_3(z-c_1)=0$

$$\begin{vmatrix}b_2-b_1 & c_2-c_1\\b_3-b_1 & c_3-c_1\end{vmatrix}(x-a_1)+\begin{vmatrix}c_2-c_1 & a_2-a_1\\c_3-c_1 & a_3-a_1\end{vmatrix}(y-b_1)$$
$$+\begin{vmatrix}a_2-a_1 & b_2-b_1\\a_3-a_1 & b_3-b_1\end{vmatrix}(z-c_1)=0$$

$$\Rightarrow\begin{vmatrix}x-a_1 & y-b_1 & z-c_1\\a_2-a_1 & b_2-b_1 & c_2-c_1\\a_3-a_1 & b_3-b_1 & c_3-c_1\end{vmatrix}=0$$

1. **假設地球是一個完美的球體，若甲、乙兩人分別在高度為 h 的大樓及平地上看日落，乙看見日落後馬上以行動電話告訴甲，而甲發現他在 t 秒後才看見日落，求地球半徑？**

2. **已知** $\log 2 = 0.3010$, $\log 3 = 0.4771$, $\log 7 = 0.8451$ **某人在銀行存入** 20 **年期年利率** 5%**的定存，問** 20 **年後，本年和是本金的幾倍？**(**取兩位有效數字**)