

7/10 數學小考

1. $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$, $a, b \in \mathbb{R}$

解： $y = \frac{-b}{a}x + b$ ，為一直線，斜率 $-\frac{b}{a}$

2. $\frac{x^2}{a} + \frac{y^2}{b} = 1$, $a, b \in \mathbb{R}$

解：1. $a > 0$, $b > 0$, 為一橢圓

2. $a > 0$, $b < 0$ 或 $a < 0$, $b > 0$ 為一雙曲線

3. $a < 0$, $b < 0$, 不成立

4. $a = b > 0$, 為一圓

3. 求過橢圓 $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1$ 上之一點 $p(1, \frac{3\sqrt{3}}{2})$ 之切線

解： $\frac{d}{dx}(\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9}) = \frac{d}{dx}1$

$$\Rightarrow \frac{x}{2} + \frac{9}{2}y \frac{dy}{dx} = 0$$

$$\Rightarrow \frac{dx}{dy} = -\frac{9x}{4y}, \text{ 將 } p(1, \frac{3\sqrt{3}}{2}) \text{ 代入左式得 } \frac{dx}{dy} = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\therefore \text{此切線方程式：} (y - \frac{3\sqrt{3}}{2}) = (-\frac{\sqrt{3}}{2})(x - 1)$$

$$\Rightarrow y = -\frac{\sqrt{3}}{2}x + 2\sqrt{3}$$