

2003 年高一力學課程大要

陳義裕

綜合習題 2

(學校內期末考結束後第一次上課時繳交)

1. 兩個距離為 r 的分子間之交互作用位能可以用雷納-瓊斯(Lennard-Jones)位能公式來近似：

$$V(r) = a \left[\left(\frac{b}{r} \right)^{12} - \left(\frac{b}{r} \right)^6 \right]$$

其中 a 及 b 是正的常數。已知水分子的數據如下：

$$a = 2.60 \text{ kJ/mole}$$

$$b = 0.3166 \text{ nm}$$

請

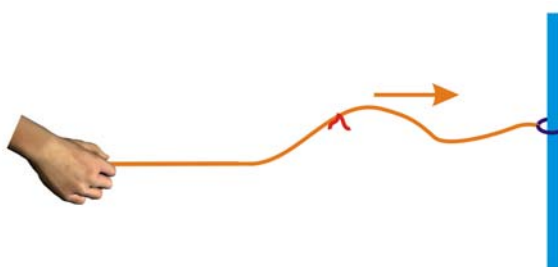
- (1) 簡略畫出 $V(r)$ 的函數圖，
(2) 求出兩分子間的穩定平衡點距離，
(3) 算出稍微偏離平衡點時之振動頻率。
2. 請先以自然姿態走路並估計出你走路時之自然頻率。接著取來一個馬克杯，將之裝水至八分滿。用手把它拿起來晃動一下，然後估計一下它裏面的水在來回晃動時之自然頻率。
 - (1) 這兩個頻率相等嗎？
 - (2) 現在拿著那個裝八分滿水的馬克杯走路。水是否很容易濺出來？請解釋何以如此？
3. 假設一條張緊的繩子的右端被牢牢地綁在一個幾乎沒有質量的圓環上，且該圓環是被套在一個垂直、堅固且非常光滑的桿子上(如圖示)。

- (1) 為什麼我們應該假設繩子在桿子處($x=0$)之垂直位移 ψ 近似滿足：

$$\left. \frac{\partial \psi}{\partial x} \right|_{x=0} = 0 ?$$

- (2) 從繩子的左手端有一個繩波往右傳送過來，則該繩波在碰到了光滑的桿子之後會怎麼樣反射回去呢？如果該入射波可寫成

$$\psi_{\text{入射}}(x, t) = \frac{1}{1 + (x + 5 - t)^4}$$



則反射波的波形該用什麼數學形式來表示？

4. 請查出水以及空氣的黏滯係數和密度的數值，接著估算出你在散步時、游泳時的雷諾數。請估算出顯微鏡底下的草履蟲游動時之雷諾數。若以雷諾數當成在水中游動時難易度的標準，則你和草履蟲比起來誰比較吃力？又，在以上各例中，那一種情況比較適用白努利方程式？