

物理資優營數學習題：三角函數 2

1. 已知 $\cos(x) = (e^{ix} + e^{-ix})/2$. 將 $[\cos(x)]^{2n}$ 展開為 $1, \cos(2x), \dots, \cos(2nx)$ 之和。
2. $z^n = 1$ 的 n 個複數根。
3. 定義 $g(x) = f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0) + f''(x_0)(x - x_0)^2/(2!) + \dots + f^{(n)}(x_0)(x - x_0)^n/(n!) + \dots$. 其中 $f^{(n)}(x_0)$ 是 $f(x)$ 的 n 階微分, 且在 $x=x_0$ 點取值
 - A. 驗證對任何大於等於零的整數 n , $g^{(n)}(x_0) = f^{(n)}(x_0)$ 都成立。(此式稱為如圖 $f(x)$ 在 $x=x_0$ 附近的泰勒展開式。)
 - B. 求 e^x 在 $x=0$ 附近的泰勒展開式。
 - C. 求 $(1-x)^{-2}$ 在 $x=0$ 附近的泰勒展開式。