

國立臺灣大學 112 學年度高中物理科學人才培育計畫
數學科試題 (112 新生)

一、填充題：（每題 8 分）

1. 已知 $a = \sqrt{3} + \sqrt{2} - 1$, $b = \sqrt{3} - \sqrt{2} + 1$, $c = -\sqrt{3} + \sqrt{2} + 1$ 則 $a^2 + b^2 + c^2 + ab + bc + ca$ 的值為 _____。
2. 設 x, y, z 為實數，且滿足 $\begin{cases} x - y - z = 2 \\ 2x + yz = -5 \end{cases}$ ，求 $xy + yz + zx$ 之值為極大時 $x, y, z =$ _____、_____、_____。
3. 甲乙二人同解方程式 $ax^2 + bx + c = 0$ ，若甲看錯 a 得兩根 3 與 -1；乙看錯 b ，解得兩根 2 與 -3，則原方程式之正確兩根為 _____、_____。
4. 一個凸邊形，除了一內角外，其餘 $n - 1$ 個內角的和是 1999° ，則 $n =$ _____。
5. 已知 $7^{24} - 1$ 可被 11 至 49 之間的三個整數整除，其中任兩個整數為 _____、_____。
6. 若 $\frac{xy}{x+y} = 1$, $\frac{yz}{y+z} = 2$, $\frac{zx}{z+x} = 3$ ，則 $x =$ _____。
7. 設六邊形 $ABCDEF$ 六個內角皆相等，且 $\overline{AB} = 5$, $\overline{BC} = 3$, $\overline{CD} = 6$, $\overline{DE} = 7$ ，求 $\overline{EF} + \overline{FA}$ 之值 = _____。

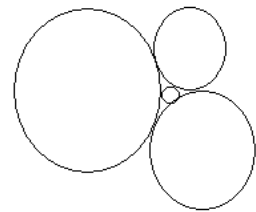
8. 現有 a, b, c, d, e, f 六個同學參加數學競賽，其中兩人得了滿分，關於誰得滿分，有下面5種說法：

(1) a, c 得滿分 (2) b, f 得滿分 (3) b, e 得滿分 (4) a, f 得滿分 (5) d, a 得滿分。

在上述五種說法中，有四種只說對了一半，有一種說的全不對，

請你推測一下，到底誰得了滿分。 _____

9. 半徑分別為 1、2 及 3 的三個圓互相外切(如右圖所示)，有一個小圓落在它們之間，且與它們都相切，求此小圓的半徑 = _____。



10. 如右圖，大小二圓內切於 A 點，其半徑的比為 3:2， \overline{BC} 為小圓的切線， C 為切點，若 $\overline{AB} = 15$ ，求 \overline{BC} 長 _____。



二、計算申論題：（一題20分）

10. 設函數 $f(x, y) = \sqrt{x^2 + y^2} + \sqrt{(x-1)^2 + y^2} + \sqrt{x^2 + (y-2)^2} + \sqrt{(x-3)^2 + (y-4)^2}$ ，試求 $f(x, y)$ 的最小值。