國立臺灣大學110學年度高中物理科學人才培育計畫
數學科試題 (110新生)

一、填充題：（每題8分）

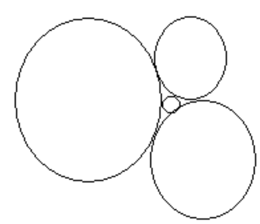
1. 若P為拋物線 $y = x^2 - 6x + 14$ 上的動點，A, B 兩點的坐標為 $(-3,0)$, $(1,0)$，則 ΔABP 面積之最小值 = ________ 。

2. 四個數 a,b,c,d 滿足 $a+b=c, b+c=d, c+d=a$ 的關係，若 b 是一個自然數，試求 $a+b+c+d$ 的最大值 = ________ 。

3. 設 n 為自然數，$a = \dfrac{\sqrt{n+2}-\sqrt{n}}{\sqrt{n+2}+\sqrt{n}}$，$b = \dfrac{\sqrt{n+2}+\sqrt{n}}{\sqrt{n+2}-\sqrt{n}}$，若 $5a^2+22ab+5b^2=2012$，則 $n=$ ________ 。

4. 求 $\sqrt{9988\times 9989\times 9990\times 9991+1} - 9989^2$ 之值 = ________ 。

5. 半徑分別為 1、2 及 3 的三個圓互相外切(如右圖所示)，有一個小圓落在它們之間，且與它們都相切，求此小圓的半徑 = ______ 。



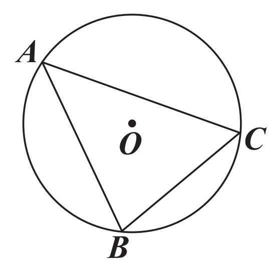
6. 已知 $a(a^2-1)(a+2)+1$ 可以寫成 a 的一個二次多項式的完全平方，求此二次多項式為 ________ 。

7. 若 α 是 $x^2-3x+1=0$ 的一根，則 $\dfrac{2\alpha^5-5\alpha^4+2\alpha^3-8\alpha^2}{\alpha^2+1}$ 的值為 ________ 。

8. 甲箱內有4顆球，顏色分別為紅、黃、綠、藍；乙箱內有3顆球，顏色分別為紅、黃、黑。小賴打算同時從甲、乙兩個箱子中各抽出一顆球，若同一箱中每球被抽出的機會相等， 則小賴抽出兩顆球顏色相同的機率為 __________ 。

9. 已知 $a_1+a_2+\cdots+a_{30}+a_{31}$ 與 $b_1+b_2+\cdots+b_{30}+b_{31}$ 均為等差級數，且皆有31項。若$a_2+b_{30}=29$，$a_{30}+b_2=-9$，則此兩等差級數的和相加的結果為 _________ 。

10. 如右圖，有一圓 O 通過 ΔABC 的三個頂點。若 $\angle B=75^\circ$，$\angle C=60^\circ$，且圓弧 $\widehat{BC}$ 的長度為 4π，則線段 $\overline{BC}$ 的長度為 __________ 。



二、計算申論題：（一題20分）

11. 已知 $\dfrac{x_1}{x_1+1}=\dfrac{x_2}{x_2+3}=\dfrac{x_3}{x_3+5}=\cdots=\dfrac{x_{10}}{x_{10}+19}$ 且 $x_1+x_2+\cdots+x_{10}=2005$。若 $x_1=\dfrac{n}{m}$，且 m,n 為互質的正整數，試求 $m+n$ 之值。