

## 2003 年高一力學課程大要

陳義裕

### Lecture 2

回顧：

**瞬間速度**： $\vec{v} = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$ ； $\Delta t =$  很短的時間（越短則定出來的速度越接近瞬間速度的概念）

且當已知  $r(t)$  時可以利用以上定義算出  $v(t)$ 。但反過來又要如何計算呢？

**例子：**

已知  $v(t) = v_0 + at$ （這叫等加速度運動；你可以利用瞬間加速度的定義  $a(t) = \Delta v / \Delta t$  自行驗證  $a(t)$  根本就是  $a$ ），則請算出任一瞬間之位置  $r(t)$ ？

**答：**

把 0 至  $t$  這段時間分成  $N$  等份，則每一小段時間  $\Delta t = t / N$ 。所以由

$$v(t) = \frac{\Delta r}{\Delta t} \Rightarrow r(t) - r(t - \Delta t) = v(t) \cdot \Delta t$$

故

$$\begin{aligned} r(t) - r(t - \Delta t) &= (v_0 + a \cdot t) \cdot \Delta t \\ r(t - \Delta t) - r(t - 2\Delta t) &= (v_0 + a \cdot (t - \Delta t)) \cdot \Delta t \\ r(t - 2\Delta t) - r(t - 3\Delta t) &= (v_0 + a \cdot (t - 2\Delta t)) \cdot \Delta t \\ &\dots \\ r(\Delta t) - r(0) &= (v_0 + a \cdot (\Delta t)) \cdot \Delta t \end{aligned}$$

把以上式子相加便得

$$\begin{aligned} r(t) - r(0) &= v_0 \cdot N\Delta t + a \cdot (\Delta t + 2\Delta t + \dots + (N - 1)\Delta t) \cdot \Delta t \\ &= v_0 \cdot N\Delta t + a \cdot \frac{N(N - 1)}{2} \cdot (\Delta t)^2 \\ &= v_0 t + \frac{a}{2} (t^2 - t\Delta t) \end{aligned}$$

但是  $\Delta t$  要越短則算出來的位移值才越準，因為在瞬間速度的概念中我們要求  $\Delta t$  要越小越好。所以我們讓它趨近於 0。結果答案就是

$$r(t) = r(0) + v_0 t + \frac{1}{2} at^2$$

**註：**由已知速度  $v(t)$  然後求出位移量  $r(t)$  的過程叫做積分。

## 牛頓三大運動定律

### A. 第一運動定律：

在不受「外力」下我們可以選定一種「慣性座標系」的觀察者來。此類「慣性座標系」的特性是：

- (a) 它們彼此之間只會做等速直線運動。
- (b) 任何不受「外力」作用的物質質點也是在做等速直線運動。（「動者恆動，靜者恆靜」）

### B. 第二運動定律：

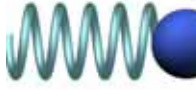
對於原來是靜止的物質粒子來說，我們可以定義出「作用力」以及「質量」兩種概念。結果實驗顯示：作用力  $\vec{F}$  施加在靜止粒子上會使它獲得一個加速度  $\vec{a}$ ，且

$$\vec{F} = m\vec{a}$$

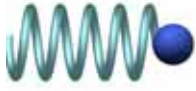
說明：

我們可以用伸長量都是一公分的各類彈簧來做假想實驗。

首先，利用某個選定之「標準彈簧」讓它施力於不同粒子上，則從其獲得之加速度可以定義出粒子之質量的概念：

| 圖示  | 量得之加速度 ( $m/s^2$ ) | 定義粒子的質量是：    |
|---|--------------------|--------------|
|  | 1                  | 1 (標準質量)     |
|  | 0.4                | $1/0.4=2.5$  |
|  | 0.8                | $1/0.8=1.25$ |

接著拿任意一條彈簧來施力在「標準質量」上，藉由測出之加速度定義出該彈簧的施力大小：

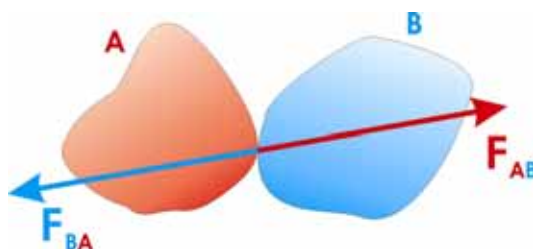
| 圖示  | 量得之加速度 ( $m/s^2$ ) | 定義彈簧的施力是： |
|---|--------------------|-----------|
|  | 1                  | 1         |
|  | 0.5                | 0.5       |
|  | 0.4                | 0.4       |

現在我們便可拿任意一個會施力  $F$  的彈簧來作用於任意一個質量為  $m$  的質點上。此時該粒子會受到多少加速度呢？**實驗顯示： $a = F/m$ ！所以牛頓的第二運動定律是真正的實驗定律而不是定義！**

實驗上也顯示出來， $\vec{F} = m\vec{a}$  在粒子的速度遠小於真空中的光速下是個很好的近似。

### C. 第三運動定律(反作用定律)：

如果 A,B 兩個物體有接觸作用，則 A 在接觸點上所受到來自 B 的作用力大小等於 B 在接觸點上所受到來自 A 的作用力大小，且此兩個力的方向是相反的。



註：

第三定律也是個實驗事實，而且它對於「隔空作用」的電磁現象還不見得對呢！例如兩個帶正電之粒子以不同方向之速度在運動時，其受力方向如圖中所示。此時引進「場」的概念，讓「場」來和粒子進行「接觸作用」，並提供適當的反作用力以拯救第三定律就變成很重要了。

