

向量空間：

該空間中有乘與加兩種操作。係數乘上基底向量是基本單元。向量是可以加減的，而係數（純量）則乘在向量上，要滿足一些規律，並構成封閉系統。

（維基百科：http://en.wikipedia.org/wiki/Vector_space、MathWorld：<http://mathworld.wolfram.com/VectorSpace.html>）

（定義裏剛好也有談到體(field)的，詳見<http://mathworld.wolfram.com/FieldAxioms.html>）

向量間的內積與外積

向量的內積

我們為什麼想要知道向量的內積：(1) 想知道向量的長度 (2) 想知道向量的分量

（幾何意義是：任一向量在另一向量上的投影大小，兩種作法的結果是一樣的。）（為什麼？）

向量的外積

我們為什麼想要知道向量的外積：電磁交互作用的勞倫茲力、描述轉動（但小心轉動本身不是向量、轉速才是，因此角動量仍是向量）。

（幾何意義是：兩向量撐開之面積大小、方向是撐開面之法方向。）（在三度空間就是體積嗎？不是，向量三重積，即 $A \cdot (B \times C)$ 才是三個向量撐開來的平行六面體體積）

外積之大小等於張開之平行四邊形面積一事，是可以透過：“移一塊補一塊”的策略證明，請大家自行試試看。

更高維度的情形： n 個向量在 n 維空間張開來的體積，是該 n 個向量將各自分量排成矩陣後的行列式值。至於 $n \times n$ 矩陣的行列式值怎麼算，是有公式及規律性的。

作業：二維向量兩個求外積，試與其分量形式所組成的行列式值作比較。

幾何 (I)

形狀的數學、實驗的數學

想像力發揮、心中的小宇宙、"模型"

形狀、比例與相似性

從設計圖到完成品，形狀的相似性

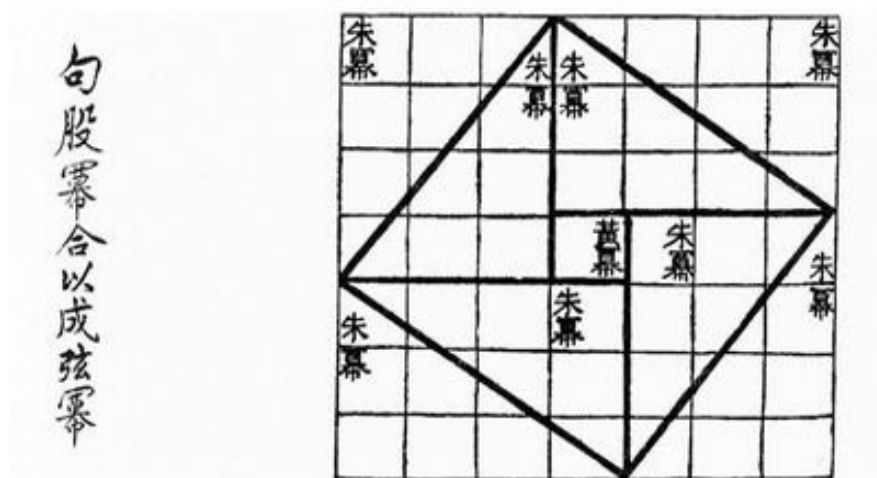
繪製地圖

Geo 希臘文原意是土地、測量。"幾何" 是徐光啓、利瑪竇翻譯。

希臘的幾何成就

畢達哥拉斯定理：

古中國叫"勾股弦定理"



歐基里德：公設與證明

古希臘數學家歐幾里得的《幾何原本》提出了五條公設。頭四條公設分別為：

1. 由任意一點到任意一點可作直線。
2. 一條有限直線可以繼續延長。
3. 以任意點為心及任意的距離可以畫圓。
4. 凡直角都相等。

第五條公設說：同一平面內一條直線和另外兩條直線相交，若在某一側的兩個內角的和小於兩直角，則這兩直線經無限延長後在這一側相交。

是直尺與圓規的幾何

奧依勒的多面體公式

$$v - e + f = 2$$

其中 v 、 f 、 e 各代表 "頂點 (vertex)"、"面 (face)"、"邊 (edge)" 的數目。

<http://140.128.93.186/~chents/MG11>

如何理解

雕刻家的觀點

思考三角錐頂點、四角錐頂點、... n 角錐頂點，在截去一角 ($v' = v - 1$) 來增加了一個面 ($f = f + 1$) 時的結果：同時也增加了 n 個邊 ($e' = e + n$)

(值得注意的是，上述截角的動作是可逆的。)

可見 $v' - e' + f = v - e + f$ 會是常數

剩下的問題是，這個常數值是多少

光學與幾何

為什麼近的東西看起來比較大？

視線從眼中射出？

反射與折射

面鏡與透鏡

大一物理中的幾何光學

http://163.13.111.54/general_physics/week-08_day-1_geometrical_optics.html

解析幾何

座標

結合了函數與幾何，空間中的直線、曲線，都是函數或滿足某方程式的解。

向量空間（解析幾何與向量的關係）

向量：高中數學的定義？

維度？

線性獨立

有 N 個向量，若任何一個都不能夠透過其他的向量線性組合而成，則這 N 個向量線性獨立。