

**國立臺灣大學 101 學年度高中物理科學人才培育計畫
數學科試題 (101 新生)**

填充題 (每題 8 分)

- 建設公司的倉庫裡有 30 根水泥電線杆，要運往 1000 公尺遠的地方開始安裝，在 1000 公尺處放第一根，1050 放第二根，1100 放第三根，之後每 50 公尺放一根。若一輛卡車每次只能運三根，今僅用一輛卡車完成此任務，最後還得返回建設公司，問這輛卡車在運送期間最短共行駛 _____ 公里。
- 觀察下圖 2×2 ， 3×3 與 4×4 方格中的數字規則；如果在 12×12 的方格上，仿此規律填入數字，則填入的數字的總和為 _____。

4	4
1	4

9	9	9
4	4	9
1	4	9

16	16	16	16
9	9	9	16
4	4	9	16
1	4	9	16

- 已知實數 a, b ，滿足 $\sqrt{a^2 - 2a + 1} + \sqrt{36 - 12a + a^2} = 10 - |b - 2| - |b + 3|$ ，則 $a^2 + b^2$ 之最大值是 _____。

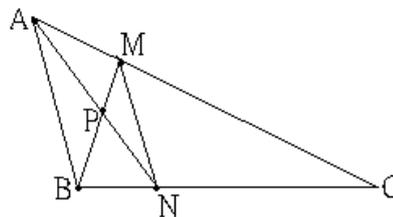
- 若 $a + b + c = 0$ ，則 $\frac{1}{b^2 + c^2 - a^2} + \frac{1}{c^2 + a^2 - b^2} + \frac{1}{a^2 + b^2 - c^2} =$ _____。

- 如圖所示，在 $\triangle ABC$ 中， M, N 分別是

\overline{AC} 和 \overline{BC} 上的點， P 是 \overline{AN} 與 \overline{BM}

的交點， $\overline{AB} = 8$ ， $\triangle APM$ 面積 = $\triangle BPN$ 面積

$\triangle ABN$ 面積 = $\frac{1}{3}$ $\triangle ANC$ 面積，則 $\overline{MN} =$ _____。



- 時鐘在 9 點 _____ 分時，時針與分針重和。

7. 從 123456789101112……4950 中劃掉 80 個數字，使剩下的數最大，剩下的數字的和是 _____。
8. 設 n 是一個兩位的正整數， n 除於它的”數字和”所得到的商是 7，餘數是 6； n 除於它的”數字積”所得商是 3，餘數是 11，那麼 $n =$ _____。
9. 滿足 $n^{300} < 7^{400}$ 之最大正整數 n 為 _____。
10. 黃老師家的電話號碼是八位數，將前四位數組成的數與後四位數組成的數相加得 14405，將前三位數組成的數與後五位數組成的數相加得 16970，黃老師家的電話號碼是 _____。

證明題

11. 設 \overline{BE} 、 \overline{CF} 為銳角 $\triangle ABC$ 的高，試證 $\overline{BA} \cdot \overline{BF} + \overline{CA} \cdot \overline{CE} = \overline{BC}^2$ 。(20 分)