

國立臺灣大學 100 學年度高中物理科學人才培育計畫

數學科試題 (100 新生)

(一) 選擇題：[每題 6 分]

1. 五位老朋友 a, b, c, d, e 在公園聚會，見面時候握手致意問候。
已知： a 握了 4 次， b 握了 1 次， c 握了 3 次， d 握了 2 次，
到目前為止， e 共握了幾次？
(A) 1 次 (B) 2 次 (C) 3 次 (D) 4 次
2. 將 2003 減去它的 $\frac{1}{2}$ ，再減去剩餘的 $\frac{1}{3}$ ，再減去剩餘的 $\frac{1}{4}$ ，……，依次類推，
一直減去剩餘的 $\frac{1}{2003}$ ，則最後剩下的數是
(A) $\frac{1}{2002}$ (B) 1 (C) $\frac{1}{2003}$ (D) $\frac{1}{2}$ (E) $\frac{1}{2004}$
3. 兄弟二人養了一群羊，當每隻羊的價錢(以元為單位)的數值恰等於這群羊的隻數時，將這群羊全部賣出，兄弟二人平分賣羊得來的錢，哥哥先取 10 元，弟弟再取 10 元；這樣依次反覆進行，最後哥哥先取 10 元，弟弟再取不足 10 元，這時哥哥將自己的一頂草帽給了弟弟，兄弟二人所得的錢數相等，問這頂草帽值多少錢？
(A) 1 元 (B) 2 元 (C) 3 元 (D) 4 元 (E) 5 元
4. 已知 $1+x+x^2+x^3=0$ ，則 $1+x+x^2+x^3+\cdots+x^{2004}$ 的值為
(A) 0 (B) 1 (C) -1 (D) 2004
5. 九顆珍珠，其中有一顆是假的，但外觀和真的一樣，只是比真的珍珠輕一點，最少用天平秤幾次，(不用砝碼)就一定可以把假的珍珠找出來？
(A) 一次 (B) 二次 (C) 三次 (D) 四次 (E) 五次
6. 伸出你的左手，從大拇指開始如圖那樣的數字：1, 2, 3, …
當數到 2004 時，數在_____指頭上。
(A) 姆指 (B) 食指 (C) 中指 (D) 無名指 (E) 小指



7. 現有 a, b, c, d, e, f 六個同學參加數學競賽，其中兩人得了滿分，

關於誰得滿分，有下面 5 種說法：

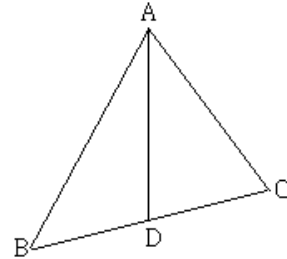
(1) a, c 得滿分 (2) b, f 得滿分 (3) b, e 得滿分 (4) a, f 得滿分 (5) d, a 得滿分。

在上述五種說法中，有四種只說對了一半，有一種說的全不對，請你推測一下，到底誰得了滿分。

(A) a (B) b (C) c (D) d (E) e (F) f

8. $\overline{BD} = \overline{AD} = \overline{AC}$ ， $\angle BAC = 63^\circ$ ，則 $\angle DAC =$

(A) 12° (B) 18° (C) 24° (D) 36° (E) 37°



(二) 填充題：[每題 8 分]

1. 以下算式中，相同的漢字代表同一個數字，不同的漢字代表不同的數

字，且“飛” < “龍” < “上” < “天”，則算式的結果(差)為 _____。

$$\begin{array}{r} \text{天上龍飛} \\ - \text{飛龍上天} \\ \hline \text{上飛天龍} \end{array}$$

2. $1^2 - 2^2 + 3^2 - 4^2 + \cdots + 1997^2 - 1998^2 + 1999^2 =$ _____。

3. 將 $f(x) = 3x^2 + 5x - 7$ 表成 $a(x-2)^2 + b(x-2) + c$ 的形式，則 $f(x) =$ _____。

4. 已知 $7^{24} - 1$ 可被 40 至 50 之間的兩個整數整除，求這兩個數：_____。

5. 若 $\frac{xy}{x+y} = 1, \frac{yz}{y+z} = 2, \frac{xz}{x+z} = 3$ ，求 $x =$ _____。

(三) 證明題：[每題 12 分]

1. 已知 $\triangle ABC$ 的兩高 $\overline{AD}, \overline{BE}$ 交於 H ，延長 $\overline{AD}$ 交外接圓於 K ，求證： $\overline{HD} = \overline{DK}$ 。